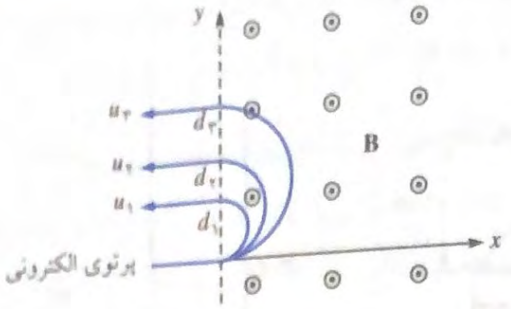
مسائل

بخش ۸-۲ نیروی ناشی از میدان مغناطیسی

۱-۸ نیرویی که بر یک الکترون ، هنگام عبور از میدان مغناطیسی $\mathbf{B}=10\mathbf{a}_x+20\mathbf{a}_y+30\mathbf{a}_z\ \mathrm{mWb/m^2}$ با سرعت $\mathbf{u}=(3\mathbf{a}_x+12\mathbf{a}_y-4\mathbf{a}_z)\times10^5\ \mathrm{m/s}$ وارد می‌شود صفر است . $\mathbf{E}$ را بیابید.

۲-۸ یک الکترون ($m=9/11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$) روی مداری دایروی به شعاع $0/4\times10^{-10}\ \mathrm{m}$ و با سرعت زاویه‌ای $2\times10^{16}\ \mathrm{rad/s}$ می‌چرخد. نیروی جانب مرکز وارد بر الکترون را بیابید.

۳-۸ ذرهٔ بارداری به جرم $m=1/673\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$ در ناحیه‌ای با $\mathbf{E}=10\mathbf{a}_x\ \mathrm{kV/m}$ و $\mathbf{B}=\mathbf{a}_y\ \mathrm{Wb/m^2}$ حرکت می‌کند. این ذره به حرکت مستقیم خود ادامه می‌دهد. انرژی جنبشی ذره چقدر است ؟



شکل ۸-۳۳ مربوط به مسئلهٔ ۸-۶.

* ۸-۴ ذره‌ای به جرم ۱kg ، بار ۲C ، و با سرعت اولیهٔ صفر در ناحیه‌ای با $\mathbf{E}=-4\mathbf{a}_y\ \mathrm{V/m}$ و $\mathbf{B}=5\mathbf{a}_x\ \mathrm{Wb/m^2}$ از نقطهٔ $(2,3,-4)$ شروع به حرکت می‌کند.

(الف) محل ذره در $t=1\mathrm{s}$ را بیابید.

(ب) انرژی جنبشی ذره در این محل را بیابید.

۸-۵ بار $-2\ \mathrm{mC}$ از نقطهٔ $(0,1,2)$ با سرعت $5\mathbf{a}_x\ \mathrm{m/s}$ در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}=6\mathbf{a}_y\ \mathrm{Wb/m^2}$ شروع به حرکت می‌کند. موقعیت و سرعت ذره را در ۱۰s پس از شروع حرکت تعیین کنید ، با این فرض که جرم ذره یک گرم است . حرکت این ذره را توصیف کنید.

* ۸-۶ اگر یک پرتوی الکترونی به سمت میدان یکنواخت $B_0\mathbf{a}_z$ نشانه رود ، الکترونها مطابق شکل ۸-۳۳ بر حسب سرعتی که دارند منحرف می‌شوند.

(الف) نشان دهید که الکترونها از میدان در مسیری موازی با پرتوی الکترونی خارج می‌شوند.

(ب) عبارتی برای فاصلهٔ خروج تا نقطهٔ ورود ، d ، به دست آورید.

۸-۷ دو صفحهٔ رسانای بزرگ به فاصلهٔ ۸ cm از هم قرار دارند و اختلاف پتانسیل بین آنها ۱۲ kV است . اگر یک قطره روغن به جرم ۰/۴ g در فضای بین صفحات معلق بماند ، بار روی آن چقدر است؟

۸-۸ داریم $\mathbf{B}=4\mathbf{a}_x-8\mathbf{a}_z\ \mathrm{Wb/m^2}$. نیرویی که این میدان بر یک رسانای ۰/۲-m واقع بر محور y وارد می‌کند چقدر است؟ از این رسانا جریان ۲ A در جهت $-\mathbf{a}_y$ می‌گذرد.

* ۸-۹ سه جریان خطی L_1 ، L_2 ، L_3 به ترتیب در $x=0$ ، $y=0$ ؛ $x=0$ ، $y=4$ ؛ و $x=3$ ، $y=4$ قرار دارند و از آنها جریانهای ۱۰۰A− ، ۲۰۰ A ، و ۳۰۰ A در امتداد $\mathbf{a}_z$ می‌گذرد. نیرو بر واحد طول

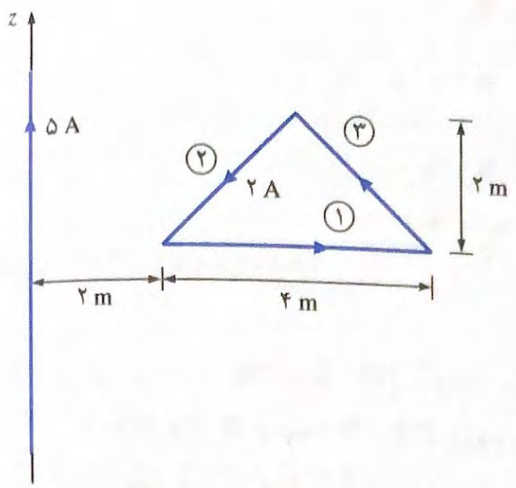
(الف) وارد بر L_2 ناشی از L_1

(ب) وارد بر L_1 ناشی از L_2

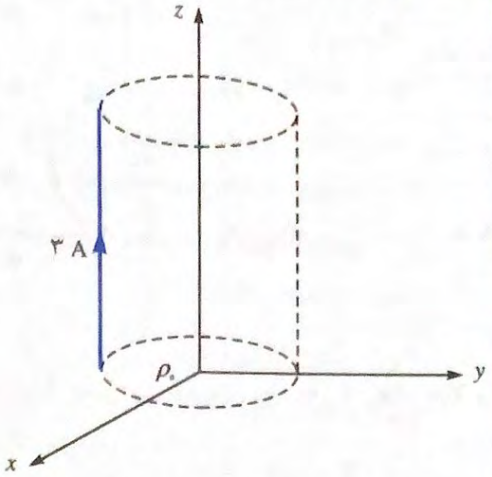
(پ) وارد بر L_3 ناشی از L_1 ، و

(ت) وارد بر L_3 ناشی از L_1 و L_2 را بیابید. تعیین کنید که نیرو دافعه است یا جاذبه.

۸-۱۰ دو سیم راست بینهایت بلند به فاصلهٔ ۲۰ cm از هم قرار دارند. اگر از این سیمها جریان ۱۰ A در خلاف جهت هم بگذرد ، چه نیرویی بر هر متر هر سیم وارد می‌شود؟



شکل ۸-۳۵ مربوط به مسئلهٔ ۸-۱۲ .



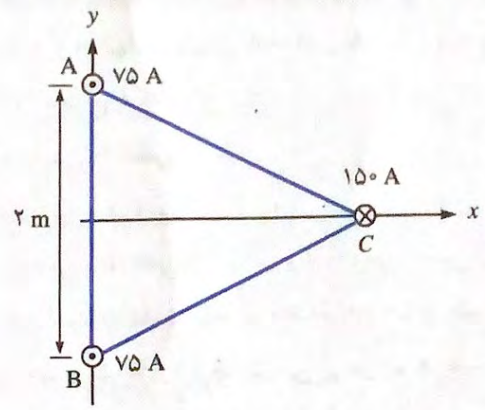
شکل ۸-۳۴ مربوط به مسئلهٔ ۸-۱۱ .

۸-۱۱ یک سیم به طول ۲m و جریان ۳ A به موازات محور z و به فاصلهٔ $\rho_0 = 10\,\text{cm}$ از آن قرار دارد (شکل ۸-۳۴ را ببینید) . در این محیط میدان $\cos(\phi/3)\mathbf{a}_\rho \text{Wb/m}^2$ وجود دارد. برای این که سیم را یک بار دور محور z بچرخانیم چقدر کار لازم است؟

۸-۱۲ یک حلقهٔ مثلثی با جریان ۲ A مطابق شکل ۸-۳۵ نزدیک یک سیم راست بسیار بلند ، با جریان ۵ A قرار دارد. (الف) نیروی وارد بر ضلع ۱ حلقه و (ب) کل نیروی وارد بر حلقه را بیابید.

۸-۱۳ یک خط انتقال سه فاز از سه سیم تشکیل شده که به موازات هم قرار دارند و نقاطی که از آنها می‌گذرند ، A ، B و C ، مطابق شکل ۸-۳۶ رئوس یک مثلث متساوی‌الساقین را تشکیل می‌دهند. در یک لحظه جریان سیم‌های A و B برابر ۷۵ A و جریان سیم C برابر ۱۵۰ A است . در این لحظه نیرویی که به یک متر سیم C وارد می‌شود چقدر است؟

۸-۱۴ ورق جریان $\mathbf{K} = 10\mathbf{a}_x \text{ A/m}$ در فضای آزاد روی صفحهٔ $z = 2\,\text{m}$ قرار دارد. یک سیم که در امتداد محور x قرار دارد ، حامل جریان ۲/۵A در جهت $\mathbf{a}_x$ است . نیرو برواحد طول سیم را بیابید.



شکل ۸-۳۶ مربوط به مسئلهٔ ۸-۱۳ .

۸-۱۵ میدان مغناطیسی در یک ناحیه $\mathbf{B} = 40\mathbf{a}_x \text{ mWb/m}^2$ است. سیمی به طول ۲ m روی محور z قرار دارد و از آن جریان ۵ A در جهت $\mathbf{a}_z$ می‌گذرد. نیروی وارد بر این سیم را بیابید.

بخش‌های ۸-۳ و ۸-۴ گشتاور مغناطیسی، و دوقطبی مغناطیسی

* ۸-۱۶ یک رسانایی بینهایت بلند مطابق شکل ۸-۳۷ در یک قطعهٔ آهنی ($\mu = 2000\mu_0$) قرار گرفته، ولی از آن مجزا است. با استفاده از روش تصویر چگالی شار مغناطیسی در نقطهٔ P را بیابید.

۸-۱۷ یک پیچک ۶۰ دوری با جریان ۲ A در صفحهٔ $x + 2y - 5z = 12$ قرار دارد، به نحوی که گشتاور مغناطیسی آن $\mathbf{m}$ به سمت خارج مبدا است. $\mathbf{m}$ را در صورتی که مساحت پیچک ۸ cm² باشد بیابید.

۸-۱۸ یک آهنربای کوچک در مبدا قرار دارد و میدان $\mathbf{B} = -0.5\mathbf{a}_z \text{ mWb/m}^2$ را در نقطهٔ (۱۰,۰,۰) ایجاد کرده است. $\mathbf{B}$ را در نقاط زیر بیابید:

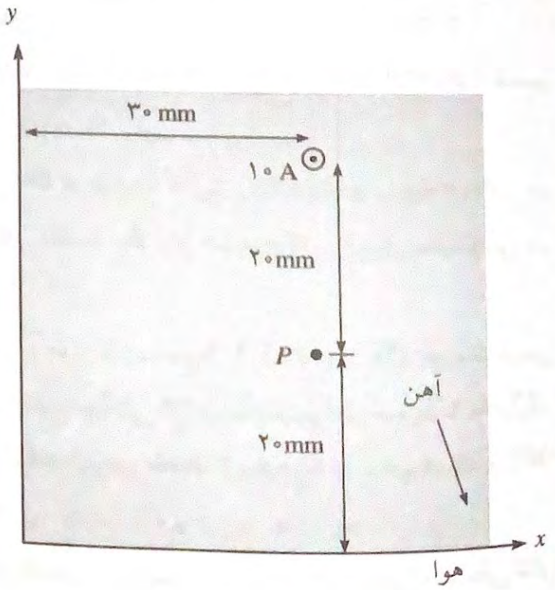
(الف) (۰,۳,۰) (ب) (۳,۴,۰) (پ) (۱,۱,-۱)

۸-۱۹ یک حلقهٔ مثلثی مطابق شکل ۸-۳۸ در صفحهٔ xz قرار دارد. جریان $I = 2\text{A}$ از این حلقه می‌گذرد و میدان مغناطیسی موجود در محیط $\mathbf{B} = 30\,\mathbf{a}_z \text{ mWb/m}^2$ است. نیرو و گشتاور وارد بر حلقه را بیابید.

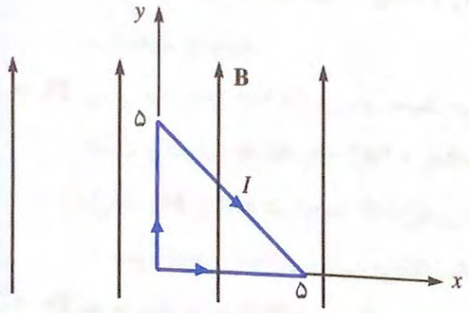
بخش ۸-۵ مغناطش مواد

۸-۲۰ یک قطعهٔ آهن ($\mu = 5000\mu_0$) در میدان مغناطیسی یکنواخت 1.5 Wb/m^2 قرار دارد. هر متر مکعب آهن 8.5×10^{28} اتم دارد. (الف) مغناطش $\mathbf{M}$، و (ب) گشتاور دوقطبی مغناطیسی متوسط را بیابید.

۸-۲۱ در یک ماده با $\mu = 4.6\mu_0$ داریم $\mathbf{B} = 5x\,\mathbf{a}_z \text{ Wb/m}^2$. (الف) χ_m، (ب) $\mathbf{H}$، و (پ) $\mathbf{M}$ را بیابید.



شکل ۸-۳۷ مربوط به مسئلهٔ ۸-۱۶.



شکل ۸-۳۸ مربوط به مسئلهٔ ۸-۱۹.

۸-۲۲ در یک مادهٔ فرومغناطیس ($\mu = 4/5\mu_0$) میدان زیر وجود دارد:

$$\mathbf{B} = 4y\mathbf{a}_z \text{ mWb/m}^2$$

(الف) χ_m ، (ب) $\mathbf{H}$ ، (پ) $\mathbf{M}$ ، و (ت) $\mathbf{J}_b$ را بیابید.

۸-۲۳ شدت میدان مغناطیسی در ماده‌ای $H = 1200 \text{ A/m}$ و چگالی شار آن در آن $B = 2 \text{Wb/m}^2$ است. اگر H به 400 A/m برسد ، آنگاه $B = 1/4 \text{ Wb/m}^2$. میزان تغییر مغناطش M را حساب کنید.

۸-۲۴ یک هادی استوانه‌ای بسیار بلند به شعاع a و تراوایی $\mu_0\mu_r$ در امتداد محور z قرار دارد. جریان I با توزیع یکنواخت در جهت $\mathbf{a}_z$ از این هادی می‌گذرد . $\mathbf{M}$ و $\mathbf{J}_b$ را در $0 < \rho < a$ بیابید.

بخش ۸-۷ شرایط مرزی میدان مغناطیسی

۸-۲۵ (الف) نشان دهید که در مرز دو محیط مغناطیسی ، مانند چیزی که در شکل ۸-۱۶ نشان داده شده، شرایط مرزی برای بردار مغناطش به صورت زیر است

$$\frac{\mu_1}{\chi_{m1}} M_{1n} = \frac{\mu_2}{\chi_{m2}} M_{2n} \quad \text{و} \quad \frac{M_{1t}}{\chi_{m1}} - \frac{M_{2t}}{\chi_{m2}} = K$$

(ب) نشان دهید که اگر روی مرز جریان وجود داشته باشد ، به جای معادلهٔ (۸-۴۹) داریم

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left[1 + \frac{K\mu_2}{B_2 \sin\theta_2}\right]$$

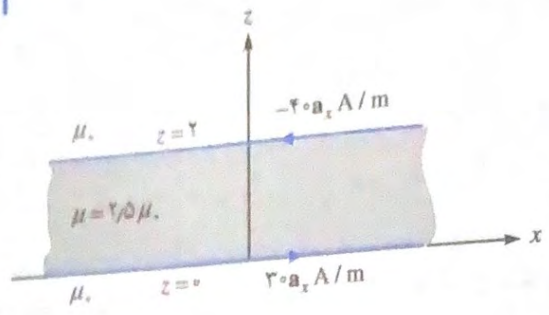
۸-۲۶ ناحیهٔ ۱ ($z < 0$) فضای آزاد و ناحیهٔ ۲ ($z > 0$) یک مادهٔ مغناطیسی با $\mu_2 = 20\mu_0$ است . $\mathbf{H}_2$ را به ازای $\mathbf{B}_1 = 20\mathbf{a}_x - 15\mathbf{a}_y + 30\mathbf{a}_z \text{ mWb/m}^2$ بیابید.

۸-۲۷ فرض کنید فضا به دو ناحیهٔ ۱ ($y < 0$ ، $\mu_1 = \mu_0 \mu_{r1}$) و ناحیهٔ ۲ ($y > 0$ ، $\mu_2 = \mu_0\mu_{r2}$) تقسیم شده است . $\mathbf{H}_2$ را به ازای $\mathbf{H}_1 = \alpha\mathbf{a}_x + \beta\mathbf{a}_y + \delta\mathbf{a}_z \text{ A/m}$ بیابید.

۸-۲۸ برای ناحیهٔ ۱ ($0 < \phi < \pi$) و ناحیهٔ ۲ ($\pi < \phi < 2\pi$) به ترتیب داریم $\mu_1 = 2\mu_0$ و $m_2 = 5\mu_0$. در ناحیهٔ دو $\mathbf{B}_2 = 10\mathbf{a}_\rho + 15\mathbf{a}_\phi - 20\mathbf{a}_z \text{ mWb/m}^2$. (الف) $\mathbf{B}_1$ ، و (ب) چگالی انرژی مغناطیسی در دو محیط را بیابید.

۸-۲۹ روی مرز $2x + y = 8$ بین دو محیط هیچ جریانی وجود ندارد. محیط ۱ ($2x + y \geq 8$) غیرمغناطیسی است و در آن $\mathbf{H}_1 = -4\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z \text{ A/m}$. (الف) چگالی انرژی مغناطیسی در محیط ۱ را بیابید. (ب) $\mathbf{M}_2$ و $\mathbf{B}_2$ در محیط ۲ ($2x + y \leq 8$) را بیابید ؛ برای محیط ۲ $\mu = 10\mu_0$. (پ) $\mathbf{H}_1$ و $\mathbf{H}_2$ با عمود بر مرز چه زاویه‌هایی می‌سازند؟

۸-۳۰ داخل یک استوانهٔ قائم $\mu_1 = 800\mu_0$ و بیرون آن فضای آزاد است . در داخل این استوانه چگالی شار مغناطیسی $\mathbf{B}_1 = \mu_0(22\mathbf{a}_\rho + 45\mathbf{a}_\phi) \text{Wb/m}^2$ است . $\mathbf{B}_2$ در بیرون ، درست روی استوانه ، را بیابید.



شکل ۸-۳۹ مربوط به مسئلهٔ ۸-۳۲.

۸-۳۱ صفحهٔ $z=\circ$ مرز هوا $(z\geq\circ,\mu=\mu_\circ)$ و آهن $(z\leq\circ,\mu=۲۰۰\mu_\circ)$ است . داریم

$$\mathbf{H}=۱۰\mathbf{a}_x+۱۵\,\mathbf{a}_y-۳\mathbf{a}_z\ \text{A/m}$$

در داخل آهن $\mathbf{B}$ چقدر است و چه زاویه‌ای با مرز می‌سازد؟

۸-۳۲ ناحیهٔ $\circ\leq z\leq ۲\ \text{m}$ تیغه‌ای از یک مادهٔ مغناطیسی $(\mu=۲/۵\,\mu_\circ)$ است . روی سطوح تیغه ، یعنی $z=\circ$ و $z=۲$ به ترتیب جریان سطحی $۳۰\mathbf{a}_x$ A/m و $-۴۰\mathbf{a}_x$ A/m وجود دارد (شکل ۸-۳۹) . $\mathbf{H}$ و $\mathbf{B}$ در نواحی زیر را بیابید:

(الف) $z<\circ$ (ب) $\circ<z<۲$ (پ) $z>۲$

بخش ۸-۸ القاگر و القاکنایی

*۸-۳۳ (الف) برش چنبرهٔ شکل ۷-۱۵ مربعی به ضلع a است . نشان دهید که خودالقاکنایی این چنبره عبارت است از

$$L=\frac{\mu_\circ N^۲ a}{۲\pi}\ln\left[\frac{۲\rho_\circ+a}{۲\rho_\circ-a}\right]$$

(ب) برش چنبرهٔ شکل ۷-۱۵ دایره‌ای به شعاع a است و $\rho_\circ\gg a$. نشان دهید که خودالقاکنایی این چنبره به صورت زیر است

$$L=\frac{\mu_\circ N^۲ a^۲}{۲\rho_\circ}$$

۸-۳۴ القاکنایی سیملوله‌ای به طول ۱۰ cm ، شعاع ۱ cm ، و تعداد دور ۴۵۰ را بیابید.

۸-۳۵ یک چنبره با مقطع مربعی ، شعاع داخلی ۳ cm ، شعاع بیرونی ۵ cm ، و بلندی ۲ cm در نظر بگیرید که درون آن هوا باشد. این چنبره باید چند دور داشته باشد تا القاکنایی‌اش $۴۵\mu\text{H}$ شود؟

۸-۳۶ یک کابل هم محور با شعاع بیرونی b و شعاع داخلی a در نظر بگیرید که القاکنایی داخلی و خارجی آن برابر باشد. به ازای $a=۸\,\text{mm}$ ، b چقدر است؟

۸-۳۷ دو استوانهٔ رسانای موازی به فاصلهٔ ۱٫۲ m از هم قرار دارند و القاکنایی بر واحد طول آنها ۱٫۳۷ μH/m است . شعاع استوانه‌ها چقدر است؟

۸-۳۸ شعاع هادی داخلی یک کابل هم محور $a=2.5$ mm و شعاع هادی بیرونی آن $b=6$ mm است . القاکنایی در واحد طول این کابل را با این فرض که بین دو هادی یک مادهٔ غیر مغناطیسی وجود دارد به دست آورید.

۸-۳۹ نشان دهید که القاکنایی متقابل بین حلقهٔ مستطیلی و سیم بینهایت بلند شکل ۸-۴ به صورت زیر است

$$M_{12}=\frac{\mu b}{2\pi}\ln\left[\frac{a+\rho_0}{\rho_0}\right]$$

M_{12} را به ازای $a=b=\rho_0=1$ m حساب کنید.

۸-۴۰ ثابت کنید که القاکنایی متقابل بین دو سیملولهٔ روی هم پیچیده با طولهای ℓ_1 و ℓ_2 $(\ell_1 \gg \ell_2)$ ، تعداد دورهای N_1 و N_2 ، و شعاعهای r_1 و r_2 $(r_1 \simeq r_2)$ عبارت است از

$$M_{12}=\frac{\mu N_1 N_2}{\ell_1}\pi r_1^2$$

بخش ۸-۹ انرژی میدان مغناطیسی

۸-۴۱ یک کابل هم‌محور از یک هادی داخلی به شعاع ۱٫۲ cm و یک هادی بیرونی به شعاع ۱٫۸ cm تشکیل شده است . دو هادی توسط یک محیط عایق $(\mu=4\mu_0)$ از هم جدا شده‌اند. اگر طول کابل ۳ m باشد و از آن جریان ۲۵ mA بگذرد ، انرژی ذخیره شده در محیط بین دو هادی چقدر است؟

۸-۴۲ در ناحیه‌ای با $\chi_m=19$ داریم

$$\mathbf{H}=5x^2yz\mathbf{a}_x+10xy^2z\mathbf{a}_y-15xyz^2\mathbf{a}_z \text{ A/m}$$

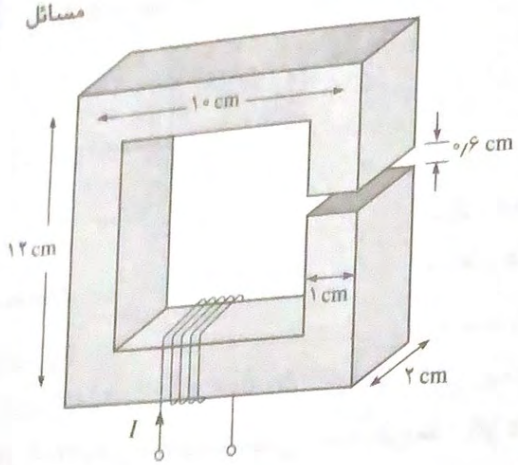
در فضای $0<x<1$ ، $0<y<2$ ، $-1<z<2$ چقدر انرژی ذخیره شده است ؟

۸-۴۳ در یک محیط خاص با $\mu=4.5\mu_0$ داریم $\mathbf{H}=200\mathbf{a}_x+500\mathbf{a}_y$ mA/m . کل انرژی ذخیره شده در یک ناحیهٔ مکعبی به مرکز مبدا و ابعاد $2\times2\times2\text{cm}^3$ را بیابید.

بخش ۸-۱۰ مدارهای مغناطیسی

۸-۴۴ شعاع متوسط یک حلقهٔ کبالت $(\mu_r=600)$ ۳۰ cm است . اگر روی این حلقه پیچکی بسته شود و از آن جریان ۱۲ A بگذرد ، تعداد دورهای آن باید چقدر باشد تا چگالی شار مغناطیسی در داخل حلقه به ۱٫۵ Wb/m^2 برسد؟

۸-۴۵ به شکل ۸-۲۷ توجه کنید. اگر جریان پیچک ۰٫۵ A باشد ، mmf و چگالی شار مغناطیسی در شکاف هوایی چقدر است؟ فرض کنید $\mu=500\mu_0$ و سطح مقطع تمام شاخه‌ها 10cm^2 است .



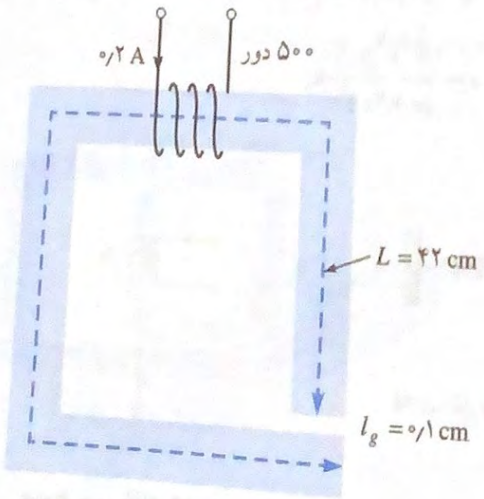
شکل ۸-۴۰ مربوط به مسئلهٔ ۸-۴۶.

۸-۴۶ از پیچک ۲۰۰۰ دوری مدار مغناطیسی شکل ۸-۴۰ جریان ۱۰ A می‌گذرد. فرض کنید تمام شاخه‌ها دارای سطح مقطع یکسان $2\ cm^2$ هستند و برای هستهٔ آهنی $\mu_r = 1500$. R ، $\mathcal{F}$ ، و Ψ را در (الف) هسته ، (ب) شکاف هوایی ، به دست آورید.

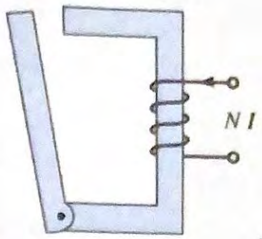
۸-۴۷ مدار مغناطیسی شکل ۸-۴۱ را در نظر بگیرید. فرض کنید هسته ($\mu = 1000\mu_0$) دارای سطح مقطع $4\ cm^2$ است و چگالی شار را در شکاف هوایی بیابید.

۸-۴۸ یک هستهٔ فرومغناطیس با مقطع $40\ mm \times 60\ mm$ دارای شار $\Psi = 2/56\ mWb$ است و در آن یک شکاف هوایی به طول $2/5\ mm$ ایجاد شده است. افت NI روی شکاف هوایی را بیابید.

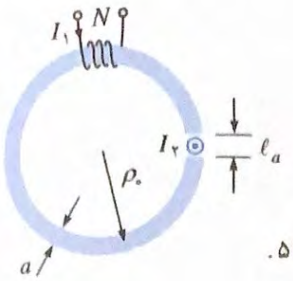
۸-۴۹ یک حلقه فولاد سیلیسیم‌دار به پهنای $1/5\ cm$ دارای مقطع مستطیل شکل است و شعاع داخلی و خارجی آن به ترتیب 5cm و 6 cm است . یک پیچک ۵۰۰ دوری با جریان ۲ mA می‌تواند شاری برابر ۱۲ mWb در این حلقه ایجاد کند. $\mathbf{B}$ و μ را بیابید.



شکل ۸-۴۱ مربوط به مسئلهٔ ۸-۴۷.



شکل ۸-۴۲
مربوط به مسئلهٔ ۸-۵۰.



شکل ۸-۴۳
مربوط به مسئلهٔ ۸-۵۱.

بخش ۸-۱۱ نیروی وارد بر مواد مغناطیسی

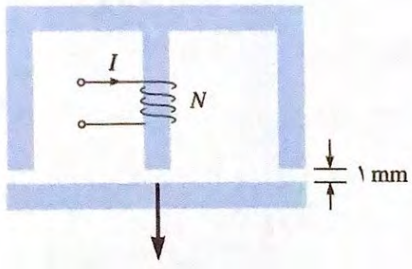
۵۰-۸ شکل ۸-۴۲ یک رلهٔ الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد . اگر شار در شکاف هوایی ۲mWb باشد ، چه نیرویی به آرمیچر (بخش متحرک) رله وارد می‌شود؟ مساحت شکاف $0.3\ \text{cm}^2$ و طول آن ۱٫۵ mm است.

۵۱-۸ شکل ۸-۴۳ چنبره‌ای را نشان می‌دهد که سطح مقطع آن مربعی است و یک شکاف هوایی دارد. یک سیم بلند حامل جریان I_2 داخل شکاف قرار داده می‌شود. به ازای $I_1 = 200\ \text{mA}$ ، $N = 750$ ، $\rho_0 = 10\ \text{cm}$ ، $a = 5\ \text{mm}$ ، و $\ell_a = 1\ \text{mm}$: (الف) نیروی روی شکاف را به ازای $I_2 = 0$ بیابید. تراوایی نسبی چنبره را ۳۰۰ بگیرید. (ب) نیروی وارد بر سیم را به ازای $I_2 = 2\ \text{mA}$ و بینهایت بودن تراوایی چنبره حساب کنید. در هر دو حالت از اثرات لبه‌ای چشم‌پوشی کنید.

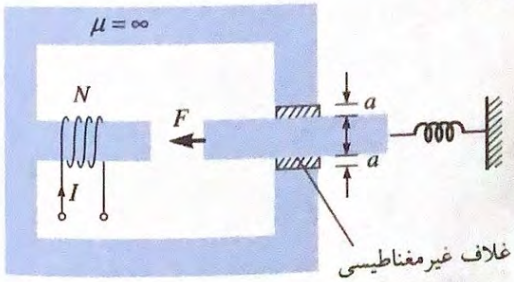
۵۲-۸ صفحهٔ زیر یک آهنربای الکتریکی مطابق شکل ۸-۴۴ باری را تحمل می‌کند. مساحت هر شاخهٔ آهنربای الکتریکی $200\ \text{cm}^2$ است و روی شاخهٔ وسطی ۱۰۰۰ دور سیم پیچیده شده و از آن جریان $I = 3\ \text{A}$ می‌گذرد. ماکزیمم جرمی را که می‌توان با این آهنربا بلند کرد به دست آورید. فرض کنید رلوکتانس آهنربا و صفحه‌ای که بار به آن متصل می‌شود ناچیز است.

۵۳-۸ شکل ۸-۴۵ برش یک سیستم الکترومکانیکی را نشان می‌دهد که در آن یک زبانه بین دو واشر غیرمغناطیسی قرار دارد. مساحت مقطع تمام اجزا را S فرض کنید و نشان دهید که

$$\mathbf{F} = -\frac{2N^2 I^2 \mu_0 S}{(a+2x)^2}\mathbf{a}_x$$



شکل ۸-۴۴ مربوط به مسئلهٔ ۸-۵۲.



شکل ۸-۴۵ مربوط به مسئلهٔ ۸-۵۳.