

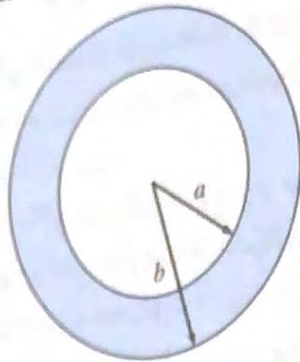
- (الف) از سطح تعریف شده با  $\theta = 30^\circ$ ،  $0 < \phi < 2\pi$ ،  $0 < r < 2\text{ m}$  چقدر جریان می‌گذرد؟  
 (ب) از سطح  $r = 2$ ،  $0 < \theta < 30^\circ$ ،  $0 < \phi < 2\pi$  چقدر جریان می‌گذرد؟
- ۳-۵ چگالی جریان سیمی  $\mathbf{J} = (10/\rho)\sin\phi\mathbf{a}_\rho\text{ A/m}^2$  داده شده است. جریانی را که از سطح  $\rho = 2$ ،  $0 < \phi < \pi$ ،  $0 < z < 5\text{ m}$  می‌گذرد به دست آورید.
- ۴-۵ چگالی جریان در یک رسانای استوانه‌ای به شعاع  $a$  واقع در امتداد محور  $z$  عبارت است از

$$\mathbf{J} = 10e^{-(1-\rho/a)}\mathbf{a}_z\text{ A/m}^2$$

- جریانی که از سطح مقطع این رسانا می‌گذرد چقدر است؟
- ۵-۵ باری که توسط یک سیم از داخل یک کره خارج می‌شود  $C = 10^{-4}e^{-3r}$  است. جریان سیم را در  $r = 0$  و  $r = 2/5\text{ s}$  بیابید.

### بخش ۴-۵ رسانا

- ۶-۵ یک مقاومت  $1\text{ M}\Omega$  از استوانه‌ای به طول  $2\text{ cm}$  و شعاع  $4\text{ mm}$  از جنس گرافیت - سفال تشکیل شده است. رسانندگی ماده تشکیل دهنده رسانا را بیابید.
- ۷-۵ به دو طرف یک میله استوانه‌ای کربنی ( $\sigma = 3 \times 10^7\text{ S/m}$ ) به شعاع  $5\text{ mm}$  و طول  $8\text{ cm}$  اختلاف پتانسیل  $9\text{ V}$  اعمال می‌شود. (الف) مقاومت میله را بیابید. (ب) از میله چه جریانی می‌گذرد؟ (پ) در میله چه توانی مصرف می‌شود؟
- ۸-۵ شعاع یک سیم رسانا  $2\text{ mm}$  و طول آن  $100\text{ m}$  است. اعمال ولتاژ  $9\text{ V}$  (dc) به این سیم باعث می‌شود جریان  $3\text{ A}$  از آن بگذرد. (الف) میدان الکتریکی داخل سیم و (ب) رسانندگی آن را بیابید.
- ۹-۵ دو سیم قطر و مقاومت یکسانی دارند. یک سیم از مس و دیگری از نقره است. کدام سیم بلندتر است؟
- ۱۰-۵ اعمال ولتاژ  $120\text{ Vrms}$  با فرکانس  $60\text{ Hz}$  به یک سیم مسی  $50\text{ متری}$  به مصرف متوسط  $2\text{ kW}$  توان در آن منجر می‌شود. اگر برای برنج  $\sigma = 1/5 \times 10^7\text{ S/m}$ ، شعاع سیم چقدر است؟
- ۱۱-۵ پیچکی از  $150$  دور سیم مسی پیچیده شده به دور یک هسته استوانه‌ای تشکیل شده است. اگر شعاع متوسط هر دور  $6/5\text{ mm}$  و قطر سیم  $4\text{ mm}$  باشد، مقاومت پیچک چقدر است؟
- ۱۲-۵ یک رسانای مرکب به طول  $10\text{ m}$  یک هسته داخلی از جنس فولاد به شعاع  $1/5\text{ cm}$  و یک غلاف مسی به ضخامت  $5\text{ cm}$  دارد. مقاومت ویژه مس و فولاد را به ترتیب  $1/77 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$  و  $1/8 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$  بگیرید. (الف) مقاومت این رسانا را بیابید.
- (ب) اگر جریان کل این رسانا  $60\text{ A}$  باشد، از هر فلزی چقدر جریان می‌گذرد؟
- (پ) مقاومت یک رسانا مسی توپر با همین طول و با مساحت مقطعی برابر مساحت مقطع غلاف را تعیین کنید.
- ۱۳-۵ شکل ۱۸-۵ برش یک استوانه توخالی به طول  $2\text{ m}$  را نشان می‌دهد. اگر استوانه از کربن



شکل ۱۸-۵ مربوط به مسائل ۱۳-۵ و ۲۳-۵.

ساخته شده باشد، مقاومت بین دو طرف استوانه‌ای آن چقدر است؟ فرض کنید  $\sigma = 3 \times 10^4 \text{ S/m}$ ،  $b = 5 \text{ cm}$  و  $a = 3 \text{ cm}$ .

### بخش‌های ۵-۵ تا ۷-۵ قطبش و ثابت دی‌الکتریک

۱۴-۵ در یک دما و فشار معین، چگالی گاز هلیوم  $5 \times 10^{25} \text{ atoms/m}^3$  است. اگر میدان  $10 \text{ kV/m}$  به این گاز اعمال شود، ابر الکترونی به طول میانگین  $10^{-18} \text{ m}$  جابه‌جا می‌شود. ثابت دی‌الکتریک هلیوم را بیابید.

۱۵-۵ یک ماده دی‌الکتریک از  $2 \times 10^{19}$  مولکول قطبی بر مترمکعب، هر مولکول با گشتاور دوقطبی  $1/8 \times 10^{-27} \text{ C.m}$  ساخته شده است. فرض کنید تمام دوقطبی‌ها با میدان الکتریکی  $E = 10^5 \text{ a}_x \text{ V/m}$  همراستا شده‌اند.  $P$  و  $\epsilon_r$  را بیابید.

۱۶-۵ یک بار نقطه‌ای  $10 \text{ mC}$  داخل چوب، با  $\epsilon_r = 4/0$  قرار دارد. با فرض این که بار در مبدا قرار دارد،  $P$  را در  $r = 1 \text{ m}$  تعیین کنید.

۱۷-۵ در یک دی‌الکتریک با  $\epsilon_r = 3/5$  داریم  $P = (100/\rho) \text{ a}_\rho \text{ nC/m}^2$  و  $E$  و  $D$  را در  $\rho = 2 \text{ m}$  بیابید.

۱۸-۵ در یک تیغه تفلون ( $\epsilon = 2/1 \epsilon_0$ )  $E = 6 \text{ a}_x + 12 \text{ a}_y - 20 \text{ a}_z \text{ V/m}$  و  $D$  و  $P$  را بیابید.

۱۹-۵ در یک ماده دی‌الکتریک ( $\epsilon = 5 \epsilon_0$ ) میدان پتانسیل  $V = 10x^2yz - 5z^2 \text{ V}$  وجود دارد. (الف)  $E$ ، (ب)  $D$ ، (پ)  $P$ ، و (ت)  $\rho_v$  را بیابید.

۲۰-۵ بار نقطه‌ای  $Q$  در مرکز یک پوسته کروی دی‌الکتریک ( $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ) با شعاع داخلی  $a$  و شعاع بیرونی  $b$  قرار دارد.  $E$ ،  $D$ ،  $P$ ، و  $V$  را تعیین کنید.

۲۱-۵ در ماده‌ای با  $\epsilon_r = 2/4$  و  $D = 450 \text{ a}_x \text{ nC/m}^2$ ، قطبش  $P$  را بیابید.

۲۲-۵ به ازای  $D = 350 \text{ nC/m}^2$  و  $\epsilon_r = 6/4$  اندازه‌های  $\epsilon$ ،  $E$ ، و  $P$  را بیابید.

۲۳-۵ شکل ۱۸-۵ را در نظر بگیرید که یک پوسته دی‌الکتریک کروی است که برای آن در  $a < r < b$  داریم  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  و در  $0 < r < a$ ،  $\epsilon = \epsilon_0$ . بار نقطه‌ای  $Q$  را در مرکز این پوسته قرار می‌دهیم.

(الف)  $P$  در  $a < r < b$  را بیابید.

(ب)  $\rho_{pv}$  در  $a < r < b$  را بیابید.

(پ)  $\rho_{ps}$  در  $r = a$  و  $r = b$  را بیابید.

۲۴-۵ دو بار نقطه‌ای در فضای آزاد به فاصله  $d$  از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی  $۲/۶ \text{ nN}$  وارد می‌کنند. اگر به جای فضای آزاد یک ماده دی‌الکتریک همگن داشته باشیم، نیرو به  $۱/۵ \text{ nN}$  می‌رسد. ثابت دی‌الکتریک ماده را بیابید.

۲۵-۵ در یک ماده چگالی شار الکتریکی پنج برابر قطبش است. ثابت دی‌الکتریک این ماده چقدر است؟

۲۶-۵ یک کره توپر به شعاع  $a$  و ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon_r$  به طور یکنواخت با چگالی  $\rho_0$  باردار شده است. الف) نشان دهید که در مرکز کره

$$V = \frac{\rho_0 a^2}{6\epsilon_0 \epsilon_r} (2\epsilon_r + 1)$$

ب) پتانسیل در سطح کره را بیابید.

۲۷-۵ در یک محیط ناهمسانگرد،  $\mathbf{D}$  و  $\mathbf{E}$  به صورت زیر به هم مرتبط هستند

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

$\mathbf{D}$  متناظر با  $\mathbf{E} = \epsilon_0 (\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z) V/m$  را بیابید.

### بخش ۵-۸ معادله پیوستگی و زمان واهلش

۲۸-۵ برای میدانهای ایستا (مستقل از زمان) کدام یک از چگالی‌های جریان زیر ممکن است؟

الف)  $\mathbf{J} = 2x^2 y \mathbf{a}_x + 2x^2 z^2 \mathbf{a}_y - 6x^2 yz \mathbf{a}_z$

ب)  $\mathbf{J} = xy \mathbf{a}_x + y(z+1) \mathbf{a}_y + 2y \mathbf{a}_z$

پ)  $\mathbf{J} = \frac{z}{\rho} \mathbf{a}_\rho + z \cos \phi \mathbf{a}_z$

ت)  $\mathbf{J} = \frac{\sin \theta}{r^2} \mathbf{a}_r$

۲۹-۵ داریم  $\mathbf{J} = (100/\rho^2) \mathbf{a}_\rho \text{ A/m}^2$ . الف) آهنگ زمانی افزایش چگالی بار، و ب) کل جریانی را که از سطح  $\rho=2$  می‌گذرد،  $0 < \phi < 2\pi$ ،  $0 < z < 1$ ، به دست آورید.

۳۰-۵ داریم  $\mathbf{J} = (5e^{-0.1t}/r) \mathbf{a}_r \text{ A/m}^2$ . الف) جریانی را که از سطح  $r=2 \text{ m}$  می‌گذرد، و ب) چگالی بار  $\rho_v$  در سطح را بیابید.

۳۱-۵ زمان واهلش را برای هر یک از محیط‌های زیر بیابید:

الف) لاستیک ( $\sigma = 10^{-15} \text{ S/m}$ ,  $\epsilon = 3/1 \epsilon_0$ )

ب) میکا ( $\sigma = 10^{-15} \text{ S/m}$ ,  $\epsilon = 6 \epsilon_0$ )

پ) آب مقطر ( $\sigma = 10^{-4} \text{ S/m}$ ,  $\epsilon = 80 \epsilon_0$ )

۳۲-۵ در یک محیط چگالی جریانی حجمی  $\mathbf{J} = e^{-z} \cos wz \mathbf{a}_z \text{ A/m}^2$  است. آهنگ تغییر چگالی بار حجمی در این محیط را بیابید.

۳۳-۵ صاعقه به یک کره دی الکتریک به شعاع  $20 \text{ mm}$  می‌زند و  $1 \text{ C}$  بار به آن منتقل می‌کند. برای این کره  $\epsilon_r = 2/5$  و  $\sigma = 5 \times 10^{-6} \text{ S/m}$ . مقدار اولیه چگالی بار حجمی و مقدار آن پس از  $2 \mu\text{s}$  را بیابید.

## بخش ۹-۵ شرایط مرزی

۳۴-۵ صفحه  $z=0$  ناحیه ۱ ( $z>0$ ) را که دی الکتریک با  $\epsilon_r=4$  است، از ناحیه ۲ ( $z<0$ ) که دی الکتریک با  $\epsilon_r=6/5$  است از هم جدا می‌کند. به ازای  $P_1, D_1 = 16a_x + 30a_y - 20a_z \text{ nC/m}^2$  و  $D_2$  را بیابید.

۳۵-۵ در ناحیه  $y>0$ ، با  $\epsilon = 2/5\epsilon_0$  داریم  $D = 2a_x - 6a_y + 8a_z \text{ nC/m}^2$  و  $D$  و  $E$  را در  $y<0$ ،  $y$  که در آن  $\epsilon = 7/5\epsilon_0$ ، تعیین کنید.

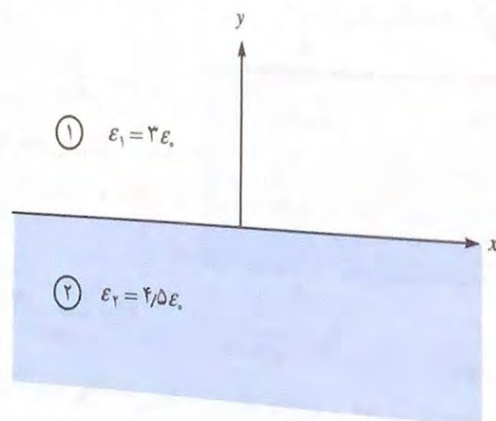
۳۶-۵ مرز یک دی الکتریک به صورت  $4x + 3y = 10 \text{ m}$  بیان شده است. ناحیه شامل میدا فضای آزاد است و در آن  $D_1 = 2a_x - 4a_y + 6/5a_z \text{ nC/m}^2$ . در ناحیه دیگر  $\epsilon_r = 2/5$ .  $D_2$  و زاویه  $\theta_2$  بین  $D_2$  و عمود بر مرز را بیابید.

۳۷-۵ در شکل ۱۹-۵ داریم  $E_1 = 10a_x - 6a_y + 12a_z \text{ V/m}$ . (الف)  $P_1$ ، (ب)  $E_2$  و زاویه‌ای را که  $E_2$  با محور  $y$  می‌سازد به دست آورید. (پ) چگالی انرژی در دو ناحیه را بیابید.

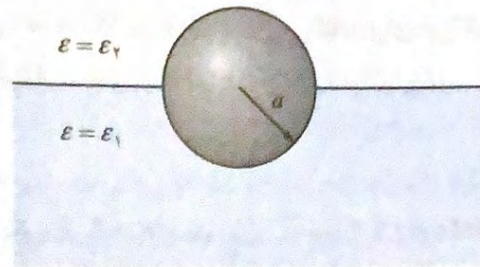
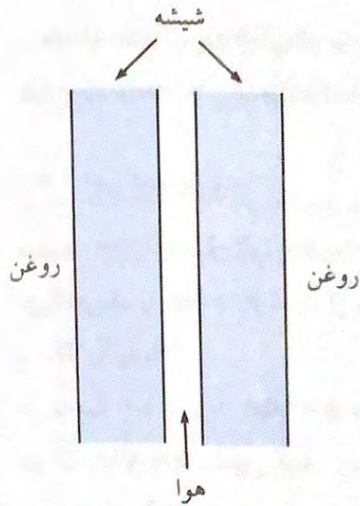
۳۸-۵ دو ناحیه دی الکتریک همگن، ناحیه ۱ ( $\rho \leq 4 \text{ cm}$ ) با ثابت دی الکتریک  $3/5$  و ناحیه ۲ ( $\rho \geq 4 \text{ cm}$ ) با ثابت دی الکتریک  $1/5$  را در نظر بگیرید. در ناحیه ۲ داریم  $D_2 = 12a_\rho - 6a_\phi + 9a_z \text{ nC/m}^2$ . (الف)  $E_1$  و  $D_1$  را بیابید. (ب)  $P_2$  و  $\rho_{pv2}$  را بیابید. (پ) چگالی انرژی در دو ناحیه را بیابید.

۳۹-۵ یک کره رسانا به شعاع  $a$  تا نیمه در یک مایع دی الکتریک با گذردهی  $\epsilon_1$  فرو رفته است (شکل ۲۰-۵ را ببینید). ناحیه بالای مایع گازی با گذردهی  $\epsilon_2$  است. کل بار آزاد روی کره  $Q$  است؛ شدت میدان الکتریکی را در تمام نقاط فضا تعیین کنید.

\* ۴۰-۵ دو تیغه شیشه‌ای ( $\epsilon_r = 7/5$ ) به صورت قائم قرار گرفته‌اند و بینشان یک فاصله هوایی ثابت قرار دارد. این مجموعه که به طور کامل آب‌بندی شده مطابق شکل ۲۱-۵ در روغنی با ( $\epsilon_r = 3/5$ ) فرو برده می‌شود. یک میدان الکتریکی یکنواخت با شدت  $2 \text{ kV/m}$  در جهت افقی در روغن وجود دارد. اندازه و جهت میدان الکتریکی در شیشه و شکاف هوایی را در صورتی که (الف) میدان عمود بر سطوح



شکل ۱۹-۵ مسئله ۳۷-۵.



شکل ۵-۲۰ مسئله ۵-۳۹.

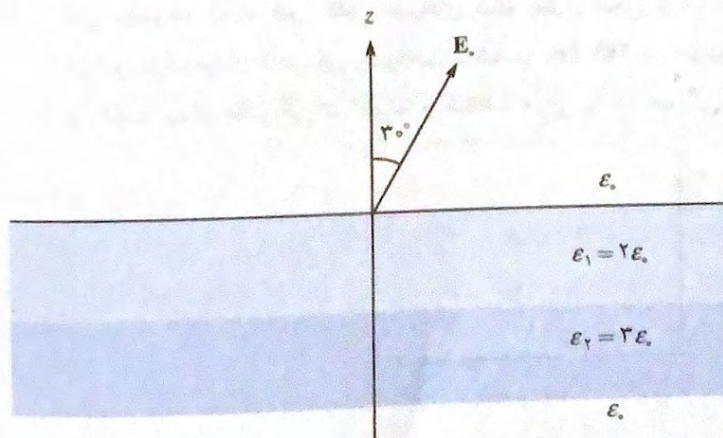
شکل ۵-۲۱ مسئله ۵-۴۰.

شیشه‌ای باشد و (ب) میدان در روغن با عمود بر سطح شیشه‌ای زاویه  $75^\circ$  بسازد، به دست آورید. اثرات لبه‌ای را ندیده بگیرید.

۴۱-۵ (الف) در نقطه‌ای روی یک سطح رسانا داریم  $\mathbf{E} = 15\mathbf{a}_x - 8\mathbf{a}_z$  V/m. چگالی بار سطحی در این نقطه چقدر است؟ فرض کنید  $\epsilon = \epsilon_0$ .

(ب) ناحیه  $y \geq 2$  رسانا است. اگر بار سطحی روی این رسانا  $-20 \text{ nC/m}^2$  باشد،  $\mathbf{D}$  در دست روی سطح رسانا چقدر است؟

۴۲-۵ دو تیغه مسطح با ضخامت یکسان و ثابت دی‌الکتریک متفاوت در شکل ۵-۲۲ نشان داده شده است.  $\mathbf{E}_0$  در هوا با محور  $z$  زاویه  $30^\circ$  می‌سازد. زاویه بین  $\mathbf{E}$  و محور  $z$  را در دو تیغه دی‌الکتریک بیابید.



شکل ۵-۲۲ مسئله ۵-۴۲.