به نام خدا

مسائل سری اول درس الکترومغناطیس مهندسی

۱- مقادیر ضرب های داده شده را پیدا کنید.

الف) $a_x \cdot a_\varphi$

ب) $a_\theta \cdot a_y$

ج) $a_z \cdot a_\theta$

د) $a_r \times a_\theta$

ه) $a_y \times a_\theta$

و) $a_\theta \times a_z$

۲- بردار $\vec{A} = \frac{1}{r\sin\varphi\cos\varphi} a_\theta$ در مختصات کروی داده شده است. تبدیل آن را در مختصات کارتزین به دست آورید.

۳- تابع عددی $V = (\sin\frac{\pi x}{2})(\sin\frac{\pi y}{2}) e^{-z}$ داده شده است. اندازه حداکثر نرخ افزایش V در نقطه $P(1,2,3)$ چقدر است؟

۴- با استفاده از تئوری استوکس مطلوب است محاسبه $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ بر روی حلقه بسته ای شامل قطعات خط مستقیمی در صفحه $z=0$ از $(0,0)$ به $(0,1)$ به $(-1,1)$ به $(-1,0)$ به $(0,0)$.

$$\vec{A} = (3\cos\pi x)(\sin\pi y)a_x - 3(\sin\pi x)(\cos\pi y)a_y - 3(\cos\pi x)(\cos\pi y)a_z$$

۵- بار موجود در کره ای به شعاع ۲ متر به مرکز مبدا مختصات حاوی چگالی بار حجمی زیر را به دست آورید.

$$\rho_v = 2r(1+\cos\theta)\sin\frac{\varphi}{2}$$

۶- تغییر دیورژانس را برای میدان برداری زیر که در ناحیه بین دو پوسته کروی توصیف شده، توسط $r=1$ و $r=2$ موجود است را به دست آورید.

$$\vec{D} = a_r \frac{\cos^2\varphi}{r^3}$$

۷- کدام یک از جملات زیر صحیح نیست؟ آن را تصحیح کنید.

الف- گرادیان یک اسکالر و یک گرمن، یک بردار است.

ب- گرمن یک میدان برداری، معیاری برای تعیین میزان همگرایی و واگرایی خطوط میدان است.

ج- دیورژانس گرمن یک میدان برداری همیشه مخالف صفر است. $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})\neq 0$

د- حاصل دیورژانس یک میدان برداری، یک میدان اسکالر است.

هـ- گرمن گرادیان یک میدان اسکالر، همیشه صفر است. $\nabla\times\nabla V=0$

۸- نشان دهید که

الف- اگر رابطه $\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}'$ ، $\vec{r}'$ ثابت و $\vec{r}$ متغیر فرض شود، $\nabla\left(\frac{1}{R}\right)=\frac{a_R}{R^2}$ است.

ب- " " " " ، $\vec{r}'$ ثابت و $\vec{r}$ " " " ، $\nabla'\left(\frac{1}{R}\right)=-\frac{a_R}{R^2}$ است.

مسائل خود آزمایی تا سر آخر صفحه‌ی بعد شماره‌های ۳، ۶، ۹، ۱۱، ۱۷ و ۱۹ خوانده شود.

موفق باشید - افضلی