

۲۶) تحقیق کنید کدامیک از میدانهای برداری زیر به عنوان یک میدان مغناطیسی قابل قبول است:

$$B_1 = \frac{1}{z} (y \hat{a}_y - z \hat{a}_z)$$

الف) در دستگاه مختصات مستطیلی:

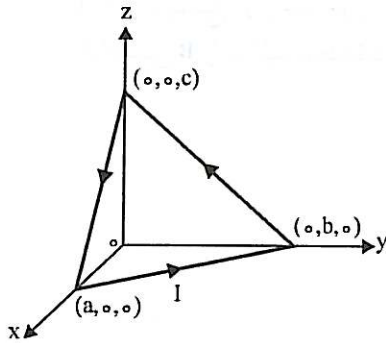
$$B_2 = \frac{1}{r^n} \hat{a}_\rho$$

ب) در دستگاه مختصات استوانه‌ای:

$$B_3 = \left[1 + \frac{\gamma}{r^3} \right] \cos \theta \hat{a}_r - \left[1 - \frac{1}{r^3} \right] \sin \theta \hat{a}_\theta$$

ج) در دستگاه مختصات کروی:

مسائل ۱۰-۵

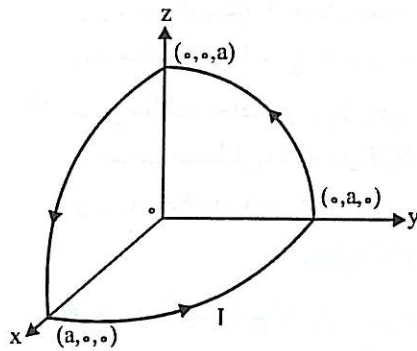


شکل ۲۲-۵

۱. یک حلقه مثلثی حامل جریان I، مطابق شکل ۲۲-۵ را در نظر بگیرید. فضای اطراف حلقه جریان خلأ فرض می‌شود. الف) نشان دهید که میدان مغناطیسی B ناشی از این حلقه جریان در مبدأ مختصات از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi abc} [a(b+c)\hat{a}_x + b(c+a)\hat{a}_y + c(a+b)\hat{a}_z]$$

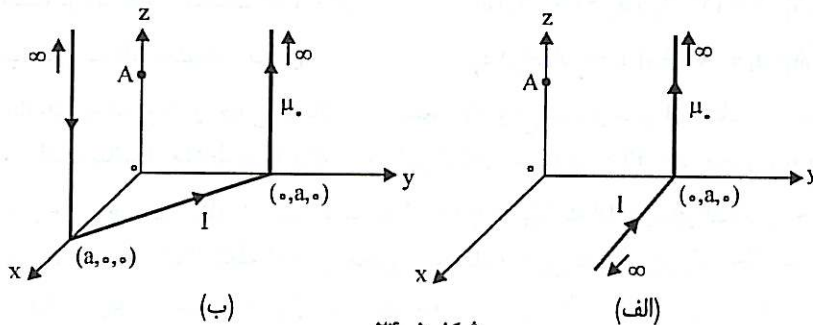
ب) با استفاده از نتیجه بند الف)، میدان B در مبدأ مختصات، که از توزیعهای جریان نشان داده شده در شکل ۲۴-۵ پدید می‌آید، را محاسبه کنید.



شکل ۲۳-۵

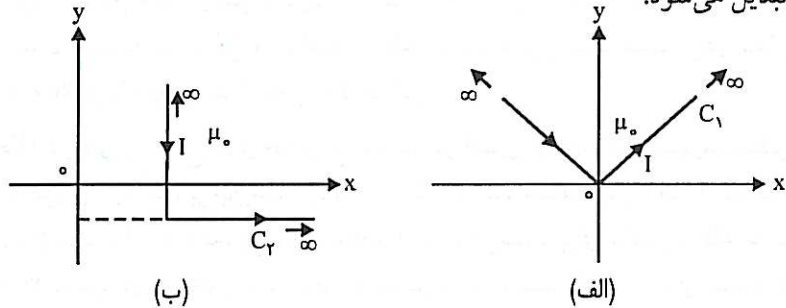
۲. جریان I در امتداد مسیر بسته‌ای متشکل از سه ربع دایره واقع در صفحات XY، YZ، و XZ، مطابق شکل ۲۳-۵، عبور می‌کند. میدان مغناطیسی B را در مبدأ مختصات با فرض اینکه فضای اطراف جریان I خلأ باشد، به دست آورید.

۳. برای جریانهای نشان داده شده در شکل ۲۴-۵ میدان مغناطیسی B را در یک نقطه روی محور z محاسبه کنید.



شکل ۲۴-۵

۴. با استفاده از نتیجه مثال ۵-۱، رابطه ۵-۱۶، میدان مغناطیسی \mathbf{B} ، ناشی از توزیعهای جریان نشان داده شده در شکل ۵-۲۵، را در یک نقطه دلخواه روی صفحه $z=0$ محاسبه کنید. مسیرهای جریان C_1 و C_2 روی صفحه $z=0$ قرار داشته و مسیر C_1 با رابطه $y = \alpha |x|$ بیان می شود که α مقدار ثابتی است. نشان دهید که وقتی $\alpha \rightarrow 0$ ، میدان حاصل از C_1 به میدان یک خط بینهایت طویل جریان تبدیل می شود.



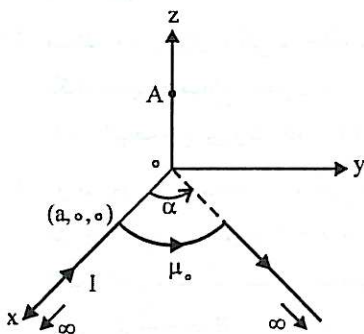
شکل ۵-۲۵

۵. جریان I در امتداد مسیری واقع روی صفحه $z=0$ و متشکل از دو نیم خط و یک قوس دایره‌ای به شعاع a و زاویه α ، مطابق شکل ۵-۲۶، عبور می کند.

الف) میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از این جریان را در نقطه دلخواه A روی محور z به دست آورید.

ب) نشان دهید که به ازای $\alpha = \pi$ و $a = 0$ ، نتیجه به دست آمده در بند الف) به میدان یک جریان در امتداد مسیر خطی بینهایت طویل تبدیل می شود.

ج) با استفاده از نتیجه بند الف) و انتخاب $\alpha = 2\pi$ ، میدان یک حلقه دایره‌ای جریان را روی محور آن محاسبه کنید.



شکل ۵-۲۶

۶. دو سیم بسیار طویل، حامل جریانهای $I_1 = 2A$ و $I_2 = 3A$ ، روی صفحه xy قرار دارند. سیم حامل جریان I_1 در امتداد خط $x-y=1$ واقع شده و سیم دیگر در امتداد خط $x+y=2$ قرار دارد. جریان I_1 در جهت افزایش x و جریان I_2 در جهت کاهش x می باشد. فرض کنید که سیمها در محل تلاقی دو خط مذکور تماس فیزیکی ندارند و فضای اطراف آنها خلأ می باشد. مکان هندسی کلیه نقاطی از فضا را که در آنها میدان مغناطیسی کل برابر صفر است تعیین کنید.

۷. یک سیم بسیار طویل، که حامل جریان I می باشد، روی صفحه yz قرار داشته و با محور z زاویه α می سازد ($0 \leq \alpha \leq \pi/2$). جریان I در جهت افزایش y است. نشان دهید که میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از این جریان در یک نقطه دلخواه روی صفحه xy از رابطه زیر به دست می آید:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{-y \cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_x + x \cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_y - x \sin \alpha \hat{\mathbf{a}}_z}{x^2 + y^2 \cos^2 \alpha}$$

۸. دو مدار بسته C_1 و C_2 به ترتیب حامل جریانهای I_1 و I_2 می‌باشند. ثابت کنید که نیروی کل وارد آمده بر مدار C_2 توسط مدار C_1 مساوی و در خلاف جهت نیروی کل وارد آمده بر مدار C_1 توسط مدار C_2 است.

۹. مدار C_1 را به صورت حلقه‌ای مسطح ولی با شکل دلخواه و مدار C_2 را به صورت خطی بینهایت در امتداد عمود بر سطح حلقه در نظر بگیرید. جریانهای I_1 و I_2 به ترتیب از مدارهای C_1 و C_2 عبور می‌کنند. نشان دهید که نیروی کل وارد آمده بر حلقه جریان همواره صفر است. برای سادگی، C_1 را روی صفحه xy و C_2 را در امتداد محور z فرض کنید.

۱۰. یک حلقه دایره‌ای به شعاع a و حامل جریان I_2 در فضای آزاد در نظر بگیرید. مطلوب است محاسبه نیروی وارد آمده بر این حلقه جریان توسط یک سیم مستقیم بسیار طویل که حامل جریان I_1 بوده، از مرکز حلقه گذشته، و با محور حلقه زاویه α می‌سازد. برای سادگی، حلقه جریان را روی صفحه xy به گونه‌ای که محور آن بر محور z منطبق باشد، و سیم طویل را روی صفحه yz در نظر بگیرید. فضای اطراف جریانها را خلاً فرض کنید. راهنمایی: از نتیجه مسئله ۷ استفاده کنید.

۱۱. مسئله ۱۰ را برای وقتی که حلقه دایره‌ای با یک حلقه مستطیلی به اضلاع a و b جایگزین شود تکرار نمایید. اضلاع به طول a را موازی محور y در نظر گرفته و فضای اطراف جریانها را خلاً فرض کنید. نتیجه را برای وقتی که $\alpha = \pi/2$ باشد خلاصه نمایید.

۱۲. دو صفحه بینهایت جریان، یکی واقع روی $z=0$ و با چگالی سطحی $\mathbf{J}_S = 2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y$ آمپر بر متر و دیگری منطبق بر $z=2$ و با چگالی سطحی $\mathbf{J}_S = 2\hat{a}_y$ آمپر بر متر، را در نظر بگیرید. الف) نشان دهید که میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از جریان سطحی \mathbf{J}_S روی صفحه $z=z_0$ از رابطه $\mathbf{B} = \pm \frac{\mu_0}{4} \mathbf{J}_S \times \hat{a}_z$ به دست می‌آید، که $+$ و $-$ به ترتیب برای نواحی $z > z_0$ و $z < z_0$ می‌باشد. ب) میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از دو جریان سطحی مذکور را در تمام نقاط فضا به دست آورید.

۱۳. جریان I از یک رشته سیم نازک در امتداد محور z از $z = \infty$ تا $z = a$ گذشته، سپس روی یک سطح کروی هادی به شعاع a و محدود به $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ توزیع گردیده، و سرانجام در امتداد یک رشته سیم نازک دیگر در امتداد محور z از $z = -a$ تا $z = -\infty$ ادامه می‌یابد. چگالی جریان روی سطح کروی از رابطه $\mathbf{J}_S = (I/\varphi_0 a \sin \theta) \hat{a}_\theta$ به دست می‌آید. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در مبدأ مختصات به دست آورید. اگر مسیر جریان در ناحیه $-a < z < a$ یک سطح کروی کامل باشد $(\varphi_0 = 2\pi)$ ، میدان \mathbf{B} چقدر است؟ فضای اطراف مسیر جریان خلاً می‌باشد.

۱۴. جریان I از یک رشته سیم نازک در امتداد محور z از $z = \infty$ تا $z = 0$ گذشته و سپس روی بخشی از یک سطح مخروطی به نیم زاویه θ_0 و محدود به $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ توزیع می‌گردد. چگالی جریان روی بخش مخروطی مسیر از رابطه $\mathbf{J}_S = (I/\varphi_0 \sin \theta_0 r) \hat{a}_r$ به دست می‌آید. مطلوب است محاسبه میدان مغناطیسی \mathbf{B} در یک نقطه روی محور z ($z < 0$). فضای اطراف مسیر جریان خلاً است.

۱۵. جریان با چگالی $\mathbf{J}_S = J_S \hat{\mathbf{a}}_z$ روی بخشی از یک سطح استوانه‌ای، که با روابط $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ و $r=a$ بیان می‌شود، توزیع شده است. فضای اطراف جریان خلأ فرض می‌شود.
 الف) مطلوب است محاسبه میدان مغناطیسی \mathbf{B} در یک نقطه دلخواه روی صفحه $y=0$ ،
 ب) نتیجه بند الف) را برای نقاط روی محور استوانه ($x=y=0$) خلاصه کنید،
 ج) نتیجه بند الف) را برای یک استوانه کامل جریان ($\alpha=\pi$) خلاصه نموده و با نتیجه‌ای که می‌توان به سادگی از قانون مداری آمپر به دست آورد مقایسه کنید.

۱۶. جریان الکتریکی با چگالی $\mathbf{J} = J_0 \hat{\mathbf{a}}_\varphi$ در یک لایه استوانه‌ای، که با روابط $a \leq r \leq b$ و $0 \leq z \leq c$ بیان می‌گردد، توزیع شده است. فضای حاوی توزیع جریان را خلأ فرض کنید. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در یک نقطه روی محور z به دست آورید.

۱۷. یک مقاومت به شکل یک لایه استوانه‌ای فضای $a \leq r \leq b$ ، $0 \leq z \leq c$ و $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ را در برمی‌گیرد. نقاط اتصال این مقاومت به مدار خارج که حامل جریان I می‌باشد، روی سطوح $r=a$ و $r=b$ قرار دارند. از این رو چگالی توزیع جریان در این مقاومت را می‌توان به صورت $\mathbf{J} = (I/\varphi_0 cr) \hat{\mathbf{a}}_r$ در نظر گرفت. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در یک نقطه دلخواه روی محور z به دست آورید. قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی مقاومت و فضای اطراف آن را μ_0 فرض کنید.

۱۸. جریان I از یک رشته سیم نازک در امتداد محور z از $z=-\infty$ تا $z=0$ گذشته و سپس در فضای ناحیه‌ای مخروطی، که با روابط زیر $0 \leq \theta \leq \theta_0$ و $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ بیان می‌گردد، توزیع می‌شود. چگالی توزیع جریان از رابطه

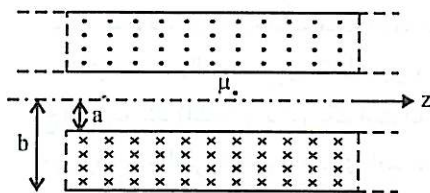
$$\mathbf{J} = \frac{I}{2\varphi_0 r^2 \sin^2(\theta_0/2)} \hat{\mathbf{a}}_r$$

به دست می‌آید. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در یک نقطه روی بخش مثبت محور z ، به دست آورید.
 ۱۹. با استفاده از میدان یک صفحه بینهایت جریان با چگالی توزیع یکنواخت، مثال ۵-۳، و اصل جمع آثار، میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در یک نقطه دلخواه از فضا که از توزیعهای جریان زیر ناشی می‌شود به دست آورید.

$$\mathbf{J} = \begin{cases} J_0 e^{-|y|/a} \hat{\mathbf{a}}_z & |y| > a \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases} \quad \text{ب) } \mathbf{J} = \begin{cases} J_0 \cos\left(\frac{\pi}{2a} y\right) \hat{\mathbf{a}}_z & |y| < a \\ 0 & \text{جاهای دیگری} \end{cases}$$

۲۰. با استفاده از قانون مداری آمپر، میدان مغناطیسی \mathbf{B} را که از توزیعهای جریان زیر ناشی می‌شود محاسبه کنید.

$$\mathbf{J} = \begin{cases} J_0 \cosh(x/a) \hat{\mathbf{a}}_z & |x| < a \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases} \quad \text{ب) } \mathbf{J} = J_0 \frac{a^2}{x^2 + a^2} \hat{\mathbf{a}}_z \quad \text{الف)}$$



شکل ۲۷-۵

۲۱) شکل ۲۷-۵ سیملوله‌ای با چندین لایه سیم‌پیچ را نشان می‌دهد. فرض کنید که تعداد دورهای سیم‌پیچ در واحد طول در امتداد محور سیملوله برابر n و تعداد لایه‌های سیم‌پیچ در واحد طول در امتداد شعاعی برابر m باشد. اگر جریان I از سیملوله عبور نماید، چگالی حجمی توزیع جریان متناظر را می‌توان با رابطه $\mathbf{J} = mnI \hat{\mathbf{a}}_\phi$ ، $a \leq r \leq b$ بیان داشت. محور سیملوله را منطبق بر محور z در نظر گرفته و فرض کنید سیملوله بینهایت طویل باشد. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در کلیه نقاط فضا به دست آورید.

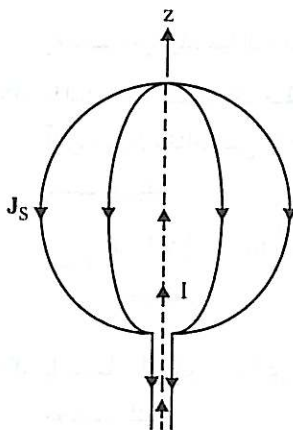
۲۲) با استفاده از قانون مدارای آمپر، میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در کلیه نقاط فضا برای توزیعهای جریان زیر، که در دستگاه مختصات استوانه‌ای بیان شده‌اند، به دست آورید.

$$\mathbf{J} = \begin{cases} J \cdot e^{-r/a} \hat{\mathbf{a}}_\phi & r < a \\ \mathbf{0} & \text{جاهای دیگر} \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$\mathbf{J} = \begin{cases} J \cdot e^{-r/a} \hat{\mathbf{a}}_z & r < a \\ \mathbf{0} & \text{جاهای دیگر} \end{cases} \quad (\text{الف})$$

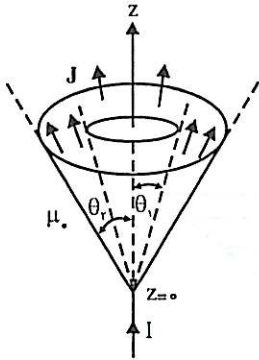
$$\mathbf{J} = \begin{cases} J \cdot (a/r)^n \hat{\mathbf{a}}_\phi & n > 1, r > a \\ \mathbf{0} & \text{جاهای دیگر} \end{cases} \quad (\text{ج})$$

۲۳) میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از جریانهای داده شده در مسئله ۱۹ را با استفاده از قانون مدارای آمپر محاسبه نمایید.



شکل ۲۸-۵

۲۴) شکل ۲۸-۵ سیستمی متشکل از یک سطح کروی هادی به شعاع a و یک کابل هم‌محور را نشان می‌دهد. جریان I از طریق هادی درونی کابل هم‌محور طول قطر کره هادی را در جهت مثبت محور z پیموده، در نقطه $z = 2a$ روی سطح کره با چگالی $\mathbf{J}_s = (I / 2\pi a \sin \theta) \hat{\mathbf{a}}_\theta$ توزیع شده، و سپس از طریق هادی بیرونی کابل در جهت منفی محور z ادامه می‌یابد. فرض کنید قطر خارجی کابل هم‌محور بسیار کوچک‌تر از قطر کره هادی باشد. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در درون کره هادی و در فضای بیرون کابل هم‌محور و کره هادی به دست آورید. قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی همه جا μ_0 فرض می‌شود.

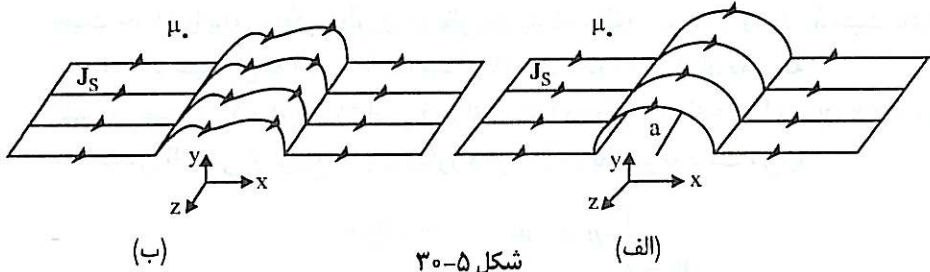


شکل ۵-۲۹

۲۵. جریان I از یک رشته سیم نازک در امتداد بخش منفی محور z گذشته و سپس در یک لایه مخروطی هادی، که فضای $\theta_1 < \theta < \theta_2$ را فرا گرفته است، مطابق شکل ۵-۲۹، توزیع می‌گردد. با فرض اینکه توزیع جریان در لایه مخروطی شعاعی باشد، چگالی آن را می‌توان با رابطه $\mathbf{J} = [I / 2\pi r^2 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)] \hat{\mathbf{a}}_r$ بیان داشت. میدان مغناطیسی \mathbf{B} را در تمام نقاط فضا به دست آورید.

۲۶. جریان الکتریکی با چگالی یکنواخت روی دو نیم‌صفحه $x > a, y = 0$ و $x < -a, y = 0$ یک سطح نیم‌استوانه به شعاع a ، که نیم‌صفحه‌ها را مطابق شکل ۵-۳۰ الف به یکدیگر وصل می‌کند، توزیع شده است. چگالی توزیع جریان روی نیم‌صفحه‌ها به صورت $\mathbf{J}_S = J_S \hat{\mathbf{a}}_x$ و روی نیم‌استوانه با رابطه $\mathbf{J}_S = -J_S \hat{\mathbf{a}}_\rho$ بیان می‌شود.

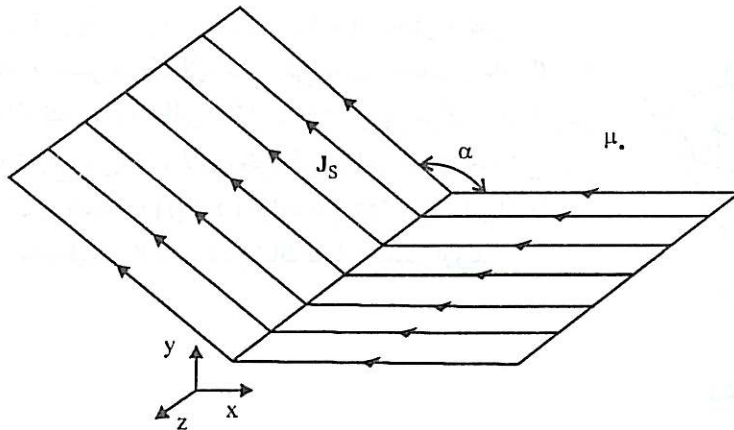
الف) با استفاده از اصل جمع آثار و نتایج معلوم برای میدانهای سیملوله بینهایت طویل و صفحه بینهایت جریان، میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از توزیع جریان مزبور را در کلیه نقاط فضا به دست آورید. ب) بند الف) را برای وقتی که بخش نیم‌استوانه‌ای جریان با مقطع نیم‌دایره با یک سطح نیم‌استوانه‌ای با مقطع دلخواه، نظیر شکل ۵-۳۰ ب، جایگزین شود تکرار کنید.



شکل ۵-۳۰

۲۷. جریان الکتریکی با چگالی یکنواخت J_S روی دو نیم‌صفحه که زاویه داخلی آنها α است، مطابق شکل ۵-۳۱ توزیع شده است. برای سادگی این دو صفحه را با معادلات $x > 0, y = 0$ و $x < 0, y = \tan \alpha x$ در نظر بگیرید. چگالی توزیع جریان روی نیم‌صفحه‌های مزبور به ترتیب با روابط $\mathbf{J}_S = J_S (\cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_x + \sin \alpha \hat{\mathbf{a}}_y)$ و $\mathbf{J}_S = -J_S \hat{\mathbf{a}}_x$ بیان می‌شود.

الف) با استفاده از ویژگیهای میدان مغناطیسی یک سیملوله بینهایت طویل با سطح مقطع دلخواه، نشان دهید که میدان \mathbf{B} ناشی از این توزیع جریان در نواحی $0 < \varphi < \alpha$ و $\alpha < \varphi < 2\pi$ به صورت $B_\varphi = B_0 \hat{\mathbf{a}}_\varphi$ و $B_\varphi = -B_0 \hat{\mathbf{a}}_\varphi$ بیان می‌شوند، که B_0 و B_0 مقادیر ثابتی هستند. سپس با استفاده از قانون مدار آمپر و نیز ویژگی عام میدان مغناطیسی که شار خالص گذرنده از یک سطح



شکل ۵-۳۱

بسته صفر است (سطح بسته را در اینجا $z=0$ در نظر بگیرید)، مقادیر ثابت $B_{\cdot y}$ و $B_{\cdot x}$ و بدین ترتیب میدان را در کلیه نقاط فضا به دست آورید.

(ب) اگر بخشی از یکی از نیم صفحه‌ها، مثلاً نوار $x_1 < x < x_2$ از نیم صفحه $y=0$ ، با یک سطح استوانه‌ای با مقطع دلخواه ولی مستقل از z جایگزین شود، چه تغییری در نتایج بند (الف) روی می‌دهد؟

۲۸. جریان الکتریکی با چگالی یکنواخت $\mathbf{J} = J_s \hat{\mathbf{a}}_t$ روی سطح $y=f(x)$ توزیع شده است، که $\hat{\mathbf{a}}_t$ بردار واحدی مماس بر سطح مذکور، فاقد مؤلفه $\hat{\mathbf{a}}_z$ ، و در جهت حرکت جریان سطحی می‌باشد. جهت جریان را برای سادگی، طوری در نظر بگیرید که مؤلفه $\hat{\mathbf{a}}_x$ بردار واحد $\hat{\mathbf{a}}_t$ مثبت باشد. با استفاده از توضیحاتی که در بند (الف) مسئله ۲۷ بیان شده است، نشان دهید که:

(الف) در صورتی که $y=f(x)$ تابعی فرد از x باشد؛ نظیر $y=\sinh x$ ، $y=x^3$ ، $y=x$ ؛ میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از توزیع جریان مذکور همواره از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{1}{r} \mu_0 J_s \hat{\mathbf{a}}_z & y > f(x) \\ -\frac{1}{r} \mu_0 J_s \hat{\mathbf{a}}_z & y < f(x) \end{cases}$$

(ب) در صورتی $y=f(x)$ تابعی زوج از x باشد؛ نظیر $y=\cosh x$ ، $y=x^2$ ، $y=|x|$ ؛ میدان مغناطیسی \mathbf{B} ناشی از توزیع جریان مذکور همواره از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0}{1+\xi} J_s \hat{\mathbf{a}}_z & y > f(x) \\ -\frac{\mu_0 \xi}{1+\xi} J_s \hat{\mathbf{a}}_z & y < f(x) \end{cases}$$

که $\xi = S_1/S_2$ نسبت مساحت آن بخش از صفحه $z=0$ که در آن $y > f(x)$ به مساحت بخش دیگر صفحه $z=0$ که در آن $y < f(x)$ است، می‌باشد. مثلاً در مورد $y = |x|$ این نسبت برابر با $\frac{1}{3}$ و برای $y = x^2$ این نسبت برابر صفر است (تحقیق کنید).

۳۹. دو استوانه متداخل به شعاعهای a و b که محورهایشان به موازات و به فاصله c ($c < a - b$) از یکدیگر هستند را در نظر بگیرید. جریانی با چگالی یکنواخت J از فضای بین دو استوانه و در امتداد محورهایشان عبور داده می‌شود. با استفاده از قانون مداری آمپر میدان مغناطیسی B را در درون استوانه به شعاع b به دست آورید. استوانه‌ها را بینهایت طویل فرض کنید.

۳۰. مطلوب است محاسبه چگالی توزیع جریان الکتریکی که مولد میدان مغناطیسی زیر می‌باشد:

$$B = \begin{cases} \mu_0 \sin(\pi x/2) \hat{a}_y & -1 < x < 1 \\ -\mu_0 \hat{a}_y & 1 < x < 2 \\ 3\mu_0 \frac{x}{|x|} \hat{a}_y & x > 2, x < -1 \end{cases}$$

۳۱. مسئله ۳۰ را برای میدانهای مغناطیسی زیر تکرار نمایید.

الف) در دستگاه مختصات استوانه‌ای: ب) در دستگاه مختصات کروی:

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_0}{r \sin \theta} \hat{a}_\varphi & \frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2\pi}{3} \\ 0 & \theta < \frac{\pi}{3}, \theta > \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad B = \begin{cases} 3\mu_0 \hat{a}_z & r < 2 \\ 0 & 2 < r < 3 \\ \frac{2\mu_0}{r} \hat{a}_\varphi & r > 3 \end{cases}$$

۳۲. دو نیم‌کره به شعاع a و محدود به نواحی $0 < \theta < \pi/2$ و $\pi/2 < \theta < \pi$ را در نظر بگیرید. نیم‌کره فوقانی حاوی بار الکتریکی با چگالی توزیع ρ و نیم‌کره تحتانی دارای بار الکتریکی با چگالی توزیع $-\rho$ می‌باشد. دو نیم‌کره همزمان حول محور z با سرعت زاویه‌ای ω به چرخش درآورده می‌شوند. مطلوب است محاسبه:

الف) میدان مغناطیسی B در یک نقطه روی محور z و واقع در خارج نیم‌کره‌ها ($|z| > a$),
ب) پتانسیل مغناطیسی برداری A در فواصل دور از مرکز نیم‌کره‌ها.

۳۳. پتانسیل مغناطیسی برداری A را برای موارد زیر محاسبه کنید. سپس درستی پاسخ را با به دست آوردن $B = \nabla \times A$ و مقایسه آن با نتایجی که از طریق قانون مداری آمپر (برای بندهای الف) و ((ب)) محاسبه می‌شوند تحقیق کنید.

الف) توزیع جریان در مسئله ۱۹-ب ب) توزیع جریان در مسئله ۲۲-الف

ج) میدان مغناطیس در مسئله ۳۱-ب.

۳۴. تحقیق کنید کدام یک از توابع برداری زیر به عنوان یک میدان مغناطیسی ساکن قابل قبول است.

الف) در دستگاه مختصات مستطیلی، $B_1 = yz\hat{a}_x - 2xyz\hat{a}_y + xz^2\hat{a}_z$

ب) در دستگاه مختصات استوانه‌ای، $B_2 = r\hat{a}_r + 3r\hat{a}_\phi - 2z\hat{a}_z$

ج) در دستگاه مختصات کروی، $B_3 = r \cos \theta \hat{a}_r + r \sin \theta \hat{a}_\theta$

۳۵. دو رشته سیم نازک بینهایت طویل که موازی محور z و حامل جریانهای I و $-I$ هستند به ترتیب از

نقاط $\left(\frac{d}{4}, 0, 0\right)$ ، $\left(-\frac{d}{4}, 0, 0\right)$ می‌گذرند. پتانسیل مغناطیسی برداری A و میدان مغناطیسی

B ناشی از این توزیع جریان طی مثال ۸-۵ مورد بررسی قرار گرفته است. نشان دهید که خطوط میدان مغناطیسی به صورت دایره‌هایی هستند که یکی از جریانها را در برگرفته و با معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$(x-x_0)^2 + y^2 = x_0^2 - \frac{d^2}{4}, \quad z = z_0$$

که z_0 و x_0 مقادیر ثابتی هستند و $|x_0| > \frac{d}{4}$ می‌باشد.

۳۶. هرگاه پتانسیل مغناطیسی برداری در دست باشد، برای محاسبه چگالی توزیع جریانی که مولد

چنین پتانسیلی باشد استفاده از دو رابطه ممکن است به ذهن خطور کند؛ یکی $\nabla^2 A = -\mu_0 J$ و

دیگری $\nabla \times B = \mu_0 J$ که $B = \nabla \times A$ می‌باشد.

الف) استفاده از کدام یک از روابط بالا همواره پاسخ صحیح می‌دهد؟ تحت چه شرطی رابطه دیگر

پاسخ درست به دست خواهد داد؟

ب) برای بردارهای پتانسیل مغناطیسی زیر، چگالی توزیع جریان را محاسبه کنید.

(i) در دستگاه مختصات کروی $A = 2r\hat{a}_\phi$

(ii) در دستگاه مختصات کروی $A = 2\hat{a}_r + \hat{a}_\theta$

برای کدام یک از بردارها استفاده از هر دو رابطه، پاسخ درست به دست می‌دهد؟