۶-۱۱ خلاصه فصل

- خواص مغناطیسی اجسام را در مقیاس میکروسکوپی مطالعه کرده و آنها را به انواع اجسام دیامغناطیسی، پارامغناطیسی، فرومغناطیسی، فری‌مغناطیسی و ضدفرومغناطیسی دسته‌بندی نمودیم.
- میدان ثانویه ناشی از اجسام را تحت تأثیر میدان مغناطیسی اولیه خارجی بررسی نموده و چگالیهای سطحی و حجمی جریانهای مغناطیسی ناشی از قطبی شدن مغناطیسی یک جسم را به دست آوردیم. مغناطیس شدن جسم را بر حسب چگالی گشتاور مغناطیسی $\mathbf{M}$ بیان داشتیم. چگالی‌های جریانهای مغناطیسی بر حسب $\mathbf{M}$ عبارت از $\mathbf{J_{ms}}=-\hat{\mathbf{a}}_n\times\mathbf{M}$ و $\mathbf{J_m}=\nabla\times\mathbf{M}$ می‌باشند.
- شدت میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ را تعریف کردیم، به طوری که $\mathbf{B}=\mu_0(\mathbf{M}+\mathbf{H})=\mu_0\mu_r\mathbf{H}$ است. μ_r قابلیت نفوذ نسبی جسم نامیده می‌شود.
- قانون مداری آمپر را بر حسب میدان $\mathbf{H}$ بیان نمودیم:

$$\oint_C \mathbf{H}\cdot d\mathbf{L}=\text{جریان آزاد دربرگرفته شده توسط } C$$

- شرایط مرزی را بین دو ناحیه مطالعه کردیم و نشان دادیم که مؤلفه عمودی میدان $\mathbf{B}$ در مرز پیوسته بوده $(B_{n_1}=B_{n_2})$ ولی مؤلفه‌های مماسی میدان $\mathbf{H}$ به اندازه چگالی جریان سطحی آزاد موجود در مرز ناپیوسته است $(H_{t_1}-H_{t_2}=J_S)$.
- ضرایب خودالقایی و القای متقابل را تعریف کرده و روش محاسبه آنها را ارائه نمودیم.
- مدارهای مغناطیسی را مورد بحث قرار داده و تجزیه و تحلیل آنها را بر اساس روشی مشابه آنچه که برای بررسی مدارهای الکتریکی مقاومتی به کار می‌رود انجام دادیم.
- انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی را مورد مطالعه قرار داده و روابط مختلفی را برای محاسبه این انرژی به دست آوردیم. همچنین روش جدیدی برای محاسبه ضریب خودالقایی با استفاده از انرژی مغناطیسی ذخیره شده در سیستم ارائه نمودیم.
- پدیده پسماند را در اجسام فرومغناطیسی مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم که تلفات پسماند متناسب با سطح حلقه پسماند می‌باشد.
- محاسبه میدان مغناطیسی به کمک پتانسیل مغناطیسی نرده‌ای (V_m) را مورد بررسی قرار داده و بهره‌برداری از روشهای آموخته شده و پاسخهای موجود برای مسائل الکتریکی مشابه را مورد تأکید قرار دادیم.
- نیرو و گشتاور مغناطیسی و روش محاسبه آنها را بررسی نموده و با کاربرد عملی آنها آشنا شدیم.
- مقایسه جامعی از قوانین و روابط حاکم بر میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ساکن به عمل آوردیم. این مقایسه تشابهات و اختلافات بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را به خوبی آشکار می‌سازد.

۶-۱۲ مسائل خودآزمایی

در مسائل این قسمت، میدان مغناطیسی در حضور اجسامی که قابلیت نفوذشان متفاوت از μ_0 می‌باشد، مدارهای مغناطیسی، ضرایب خودالقایی و القای متقابل، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی و بالاخره نیرو و گشتاور مغناطیسی مورد بررسی قرار می‌گیرند. عواملی که در تعیین میدان مغناطیسی ناشی از جریانهای الکتریکی (یا یک میدان اولیه) در حضور اجسام مؤثر می‌باشند عبارتند از: نحوه توزیع جریانهای الکتریکی در فضا، ویژگیهای هندسی اجسام و موقعیت مکانی آنها نسبت به جریانهای مولد میدان اولیه و بالاخره خواص مغناطیسی اجسام که با قابلیت نفوذ آنها بیان می‌گردد. در اکثر مسائل، تعیین کمیت مورد نظر وابسته به محاسبه شدت میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ می‌باشد. استفاده از قانون مداری آمپر برحسب $\mathbf{H}$، که در آن فقط جریانهای آزاد به حساب آورده می‌شوند، بدون گفتگو ساده‌ترین روش محاسبه میدان مغناطیسی در حضور اجسام می‌باشد. اما این روش فقط برای موارد خاصی که چگالی توزیع جریان، شکل هندسی جسم و قابلیت نفوذ آن دارای ویژگیهای لازم هستند مفید واقع می‌شود. این موارد خاص عبارتند از:

۱) در دستگاه مختصات مستطیلی اگر چگالی توزیع جریانهای آزاد تابعی از فقط یک مختصه (مثلاً z) بوده و تنها مؤلفه $\hat{a}_y$ داشته باشد (میدان اولیه چنین توزیع جریانی فقط مؤلفه $\hat{a}_x$ دارد) و قابلیت نفوذ جسمی که در معرض میدان اولیه ناشی از این جریانهای الکتریکی قرار می‌گیرد حداکثر تابعی از y و z باشد، یعنی $\mu=\mu(y,z)$، آنگاه میدان کل $\mathbf{H}$ به وجود آمده فقط مؤلفه $\hat{a}_x$ داشته و این مؤلفه در تمام نقاط فضا که چگالی جریان صفر است دارای اندازه ثابتی است. در پاره‌ای مسائل به جای توزیع جریان یک میدان اولیه یکنواخت، مثلاً به صورت $\mathbf{H}=H_0\,\hat{a}_x$، داده می‌شود. چنانچه این میدان بر لایه‌ای از یک جسم مغناطیسی که ناحیه $|z|<d$ از فضا را اشغال می‌کند و دارای قابلیت نفوذ $\mu=\mu(y,z)$ می‌باشد اِعمال شود، میدان کل $\mathbf{H}$ در تمام نقاط فضا، اعم از درون جسم و اطراف آن، برابر میدان اولیه، $\mathbf{H}=H_0\,\hat{a}_x$، خواهد بود. این نتیجه برای تغییرات دلخواه μ نسبت به y و z صادق می‌باشد. در حقیقت شرط مرزی برای میدان $\mathbf{H}$ درستی این نتیجه را تضمین می‌کند. مسائل ۴ و ۷ جزئیات حل این قبیل مسائل را روشن‌تر می‌سازند.

۲) در دستگاه مختصات استوانه‌ای اگر چگالی جریان الکتریکی فقط دارای مؤلفه $\hat{a}_z$ بوده و این مؤلفه فقط تابعی از مختصه شعاعی r باشد، به علاوه قابلیت نفوذ جسم حداکثر تابعی از r و z باشد، یعنی $\mu=\mu(r,z)$، که در واقع به منزله تقارن استوانه‌ای جسم است، آنگاه میدان کل $\mathbf{H}$ فقط مؤلفه $\hat{a}_\varphi$ داشته و از رابطه $\mathbf{H}=\frac{I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi$ به دست می‌آید که در آن I جریان آزاد دربرگرفته شده توسط دایره‌ای به شعاع r، به مرکزی منطبق بر محور z، و واقع روی صفحه‌ای عمود بر محور z می‌باشد. به عنوان مثال، اگر یک خط بینهایت جریان در امتداد محور z قرار داشته باشد و یک یا چند لایه استوانه‌ای حاوی اجسام مغناطیسی که قابلیت نفوذ آنها توابعی دلخواه از r و z هستند خط جریان را احاطه نموده باشند، میدان $\mathbf{H}$ در تمام نقاط فضا و از جمله در درون لایه‌های مغناطیسی از رابطه بالا به دست می‌آید که در آن I جریان خط بینهایت است.

همچنین، اگر جریان الکتریکی فقط دارای مؤلفه $\hat{a}_\varphi$ بوده و این مؤلفه حداکثر تابعی از مختصه شعاعی r باشد، به علاوه قابلیت نفوذ جسم حداکثر تابعی از r و φ باشد، یعنی $\mu = \mu(r, \varphi)$، آنگاه میدان کل $\mathbf{H}$ که از چنین جریانی ناشی می‌شود تنها مؤلفه $\hat{a}_z$ داشته و این مؤلفه حداکثر تابعی از r می‌باشد، $\mathbf{H} = H_z(r)\,\hat{a}_z$، که H_z برابر جریان دربرگرفته شده توسط یک مسیر بسته مستطیلی به طول واحد و موازی محور z و عرضی برابر $w = r_1 - r$ از r تا r_1 در امتداد شعاعی می‌باشد. در اینجا $r_1 > r_0$ که r_0 مرز بیرونی توزیع جریان می‌باشد به طوری که چگالی توزیع جریان برای $r > r_0$ صفر است. یک سیملوله طویل که درون آن را ماده‌ای مغناطیسی همگن و بیرون آن را هوا فراگرفته باشد نمونه‌ای از این مورد می‌باشد. توجه کنید که این سیملوله می‌تواند سطح مقطع دلخواهی داشته باشد.

۳) در دستگاه مختصات کروی اگر توزیع جریان فقط دارای مؤلفه $\hat{a}_r$ بوده و این مؤلفه فقط تابعی از r باشد و از طرفی قابلیت نفوذ جسم حداکثر تابعی از r و θ باشد، یعنی $\mu = \mu(r, \theta)$، آنگاه میدان کل $\mathbf{H}$ تنها مؤلفه $\hat{a}_\varphi$ داشته و این مؤلفه معمولاً تابعی از r و θ خواهد بود. جریانها و اجسامی که دارای ویژگیهای بالا باشند محدود به سطوح مخروطی می‌باشند و میدان حاصل با استفاده از روشی که در توضیحات مسائل خودآزمایی فصل ۵ بیان گردید محاسبه می‌شود.

نکته جالب توجه در همه موارد بالا این است که مؤلفه میدان $\mathbf{H}$ در امتداد مختصه‌ای است که قابلیت نفوذ جسم در آن امتداد تغییر نمی‌کند. مثلاً در دستگاه مختصات مستطیلی، میدان $\mathbf{H}$ دارای مؤلفه $\hat{a}_x$ بوده در حالی که قابلیت نفوذ جسم فقط می‌توانست تابعی از y و z باشد. به همین ترتیب، در دستگاه مختصات استوانه‌ای وقتی که میدان $\mathbf{H}$ مؤلفه $\hat{a}_\varphi$ دارد قابلیت نفوذ جسم تابعی از r و z بوده و زمانی که میدان $\mathbf{H}$ مؤلفه $\hat{a}_z$ را دارا است قابلیت نفوذ جسم فقط می‌توانست تابعی از r و φ باشد. کمی دقت نشان می‌دهد که این ویژگیهای میدان و محیط در حقیقت لازمه برقراری شرط مرزی برای مؤلفه مماسی میدان $\mathbf{H}$ می‌باشند. در صورتی که میدان مغناطیسی دارای مؤلفه‌ای باشد که در امتداد آن قابلیت نفوذ جسم نیز تغییر می‌کند، استفاده از میدان $\mathbf{B}$ ممکن است به حل مسئله کمک فراوانی کند. به عنوان مثال اگر فضای بین دو هادی یک کابل هم‌محور را ماده‌ای مغناطیسی که قابلیت نفوذ آن تابعی از φ است اشغال نموده باشد، یعنی $\mu = \mu(\varphi)$، آنگاه $\mathbf{B} = (B_0/r)\,\hat{a}_\varphi$ می‌باشد که در آن B_0 مقدار ثابتی است. ضریب ثابت B_0 با استفاده از قانون مداری آمپر از رابطه $B_0 = I \Big/ \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\mu(\varphi)}$ به دست می‌آید که در آن I جریان گذرنده روی سطح هادی درونی کابل می‌باشد (هادی درونی کابل باید توخالی فرض شود. چرا؟).

در صورتی که چگالی توزیع جریان، خصوصیات هندسی جسم و قابلیت گذردهی آن به گونه‌ای به جز آنچه که در بالا تشریح گردید باشند، محاسبه میدان مغناطیسی با استفاده از قانون مداری آمپر به سادگی امکان‌پذیر نیست و باید یکی از روشهای دیگر را به کار برد. علاوه بر قانون بیو – ساوار و روش مبتنی بر پتانسیل مغناطیسی برداری، محاسبه میدان از طریق حل معادله لاپلاس برای پتانسیل مغناطیسی نرده‌ای نیز باید مد نظر قرار گیرد.

تجزیه و تحلیل مدارهای مغناطیسی از طریق تعیین مدار معادل الکتریکی، که در آن شار مغناطیسی نقش جریان الکتریکی، آمپر دور یک سیم پیچ جریان نقش ولتاژ یک باطری و رلوکتانس نقش مقاومت

را ایفا می‌کند، انجام می‌گیرد. قوانین حاکم بر یک مدار مغناطیسی شامل قانون کیرشهف برای شار و قانون کیرشهف برای ولتاژ مغناطیسی نرده‌ای می‌شود. برای محاسبه ضرایب خودالقایی و القای متقابل از روابط ۶-۳۹ و ۶-۴۰ استفاده می‌شود. تعیین این ضرایب وابسته به محاسبه میدان مغناطیسی مدار مورد نظر وقتی که جریان کل I در آن برقرار است می‌باشد. برای محاسبه ضریب خودالقایی یک مدار می‌توان از رابطه انرژی $L = 2W_m/I^2$، نیز استفاده نمود که در آن W_m انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی مدار حامل جریان I می‌باشد. انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی را می‌توان از رابطه ۶-۶۷ برای توزیعهای خطی حلقه‌ای شکل، رابطه ۶-۷۱ برای توزیعهای سطحی، و رابطه ۶-۷۰ برای توزیعهای حجمی جریان و یا از رابطه ۶-۷۶ برای هر نوع توزیع دلخواه جریان به دست آورد. با بیان انرژی ذخیره شده به صورت تابعی از یک مختصه، محاسبه نیرو و گشتاور مغناطیسی در امتداد آن مختصه و با استفاده از روابط ۶-۱۰۰ و ۶-۱۰۱ به فرض ثابت ماندن جریان انجام می‌پذیرد، در پاره‌ای موارد، محاسبه نیرو را می‌توان با به کار بردن قانون نیروی آمپر، رابطه ۶-۹۰، نیز انجام داد. مسائل خودآزمایی ۲۴ تا ۲۸ محاسبه نیرو یا گشتاور مغناطیسی را از طریق انرژی و مسائل ۱ و ۲ فصل پنجم، محاسبه نیرو را با استفاده از قانون نیروی آمپر نشان می‌دهند.

۱. اتمی را در نظر بگیرید که بار هسته آن برابر $|e|$ بوده و دارای یک الکترون با بار e و جرم m_e باشد. فرض می‌شود که الکترون با سرعت زاویه‌ای ω_0 در مداری دایره‌ای شکل به شعاع b به دور هسته گردش می‌کند. مطلوب است محاسبه تغییر ایجاد شده در گشتاور دوقطبی مغناطیسی مربوط به الکترون وقتی که میدان مغناطیسی یکنواخت B_0 در جهت عمود بر صفحه مدار الکترون به اتم اِعمال شود. فرض کنید که شعاع مدار الکترون با اِعمال میدان مغناطیسی تغییری نکند.

۲. یک دیسک نازک آهنی به شعاع a و ضخامت t در امتداد موازی محورش مغناطیس شده است. در صورتی که چگالی گشتاور مغناطیسی برابر مقدار ثابت M_0 باشد، میدانهای $\mathbf{B}$ و $\mathbf{H}$ را روی محور دیسک، هم در داخل و هم در خارج آن، به دست آورید.

۳. یک کره آهنی به شعاع a به طور یکنواخت مغناطیس شده است، به طوری که چگالی گشتاور مغناطیسی ایجاد شده در آن برابر $\mathbf{M}=M_0\,\hat{a}_z$ می‌باشد. میدانهای $\mathbf{B}$ و $\mathbf{H}$ را در مرکز کره آهنی محاسبه نمایید.

۴. دو ماده مغناطیسی با قابلیتهای نفوذ μ_1 و μ_2 به ترتیب نواحی $z>0$ و $z<0$ از فضا را اشغال نموده‌اند. یک صفحه بینهایت جریان با چگالی $\mathbf{J_S}=J_{S_0}\hat{a}_x$ در $z=0$، یعنی مرز بین دو ناحیه، قرار دارد. میدانهای $\mathbf{B}$ و $\mathbf{H}$ را در تمام نقاط فضا تعیین کنید.

۵. مسئله ۴ را وقتی که به جای صفحه بینهایت جریان، جریان خطی I در امتداد محور x و در جهت مثبت این محور قرار داشته باشد تکرار نمایید.

۶. ناحیه $1<z<2$ از فضا را یک ماده مغناطیسی با ضریب حساسیت غیریکنواخت $\chi_m(z)=\frac{z}{4}$ اشغال نموده است. میدان مغناطیسی یکنواخت $\mathbf{B_a}=B_0\hat{a}_x$ به ماده اِعمال می‌شود.

الف) نشان دهید که چگالیهای جریانهای مغناطیسی سطحی و حجمی از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$J_m=\frac{B_0}{4\mu_0}\hat{a}_y \quad 1<z<2 \qquad , \qquad J_{ms}=\begin{cases}\frac{B_0}{4\mu_0}\hat{a}_y & z=1\\ -\frac{B_0}{2\mu_0}\hat{a}_y & z=2\end{cases}$$

ب) میدان مغناطیسی ثانویه و میدان مغناطیسی کل را در درون و بیرون ماده مغناطیسی به دست آورید.

۷. ناحیه $a<r<b$ در مختصات استوانه‌ای را یک ماده مغناطیسی اشغال می‌کند. یک رشته سیم نازک، که حامل جریان I در جهت مثبت z و در امتداد محور z است، میدان مغناطیسی $B=(\mu_0 I/2\pi a)\hat{a}_\varphi$ را در ماده ایجاد می‌کند.

الف) قابلیت نفوذ ماده را محاسبه کنید.

ب) J_{ms} را روی سطوح $r=a$ و $r=b$ تعیین نمایید.

ج) J_m را در ماده مغناطیسی به دست آورید.

۸. یک سیملوله بینهایت طویل به شعاع a و با n دور سیم‌پیچ در واحد طول حامل جریان I می‌باشد. ناحیه $0\le r\le b$ از فضای درون سیملوله با یک ماده مغناطیسی با قابلیت نفوذ نسبی μ_r اشغال شده است. بقیه فضای درون سیملوله، یعنی $b<r<a$، هوا با قابلیت نفوذ μ_0 می‌باشد. میدانهای $\mathbf{B}$ و $\mathbf{H}$ را در کلیه نقاط فضا تعیین نمایید. (رسانایی ماده مغناطیسی برابر صفر فرض می‌شود.)

۹. دو ناحیه ۱ و ۲ با مرز مشترکی در $z=0$ مفروضند. در ناحیه ۱ $(z>0)$ $\mu_1=4\mu_0$ و در ناحیه ۲ $(z<0)$ $\mu_2=2\mu_0$ است. همه میدانها در دو ناحیه یکنواخت فرض می‌شوند. میدان مغناطیسی در ناحیه ۱ به صورت $B_1=B_0(2\hat{a}_x+4\hat{a}_y+5\hat{a}_z)$ می‌باشد که B_0 مقدار ثابتی است. در مرز $z=0$ جریان $J_S=B_0(\hat{a}_x-2\hat{a}_y)/\mu_0$ می‌گذرد. میدان مغناطیسی را در ناحیه ۲ محاسبه کنید.

۱۰. دو ناحیه ۱ و ۲ با مرز مشترک $y=0$ مفروضند. در ناحیه ۱ $(y<0)$ $\mu_1=\mu_0$ و در ناحیه ۲ $(y>0)$ $\mu_2=3\mu_0$ می‌باشد. میدانهای مغناطیسی یکنواخت B_1 و B_2 به ترتیب در نواحی ۱ و ۲ موجودند. این میدانها از میدان اولیه B_a که قبل از حضور ماده مغناطیسی در ناحیه ۲ وجود داشته است پدید آمده‌اند. در صورتی که $B_1=B_0(0/5\hat{a}_x+\hat{a}_y)$ و هیچ جریان آزادی در مرز $y=0$ وجود نداشته باشد، مطلوب است محاسبه :

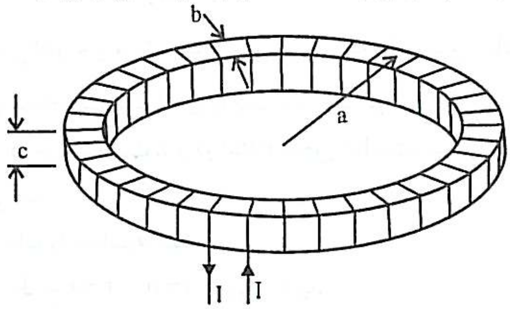
الف) میدان B_2، ب) میدان اولیه B_a.

۱۱. جریان I با چگالی غیریکنواخت $J=J_0(r/a)\hat{a}_z$ از یک هادی استوانه‌ای شکل طویل به شعاع a که محور آن در امتداد محور z قرار دارد می‌گذرد. مطلوب است محاسبه ضریب خودالقایی داخلی هادی با استفاده از :

الف) روش پیوند شار مغناطیسی، ب) روش انرژی.

۱۲. یک قطعه سیم به شکل دایره‌ای به شعاع a خمیده شده و طوری در مجاورت یک سیم طویل قرار داده می‌شود که هر دو در یک صفحه واقع شوند. در صورتی که فاصله مرکز دایره از سیم برابر $2a$ باشد، نشان دهید که ضریب القای متقابل بین سیم طویل و سیم دایره‌ای شکل برابر $M=0/268\mu_0 a$ است.

۱۳. یک رشته سیم نازک حامل جریان I به‌طور پیوسته به دور یک هسته چنبره‌ای با سطح مقطع مستطیلی شکل، مطابق شکل ۶-۲۲، سیم‌پیچی شده است. شعاع متوسط چنبره برابر a و تعداد دورهای سیم‌پیچ به ازای واحد طول در امتداد محیط متوسط چنبره برابر n است. ضریب خودالقایی چنبره را محاسبه کنید.



شکل ۶-۲۲

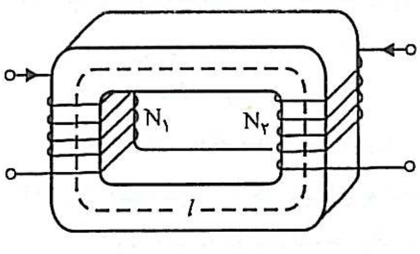
۱۴. فرض کنید یک رشته سیم نازک طویل در امتداد محور تقارن چنبره مسئله ۱۳ قرار بگیرد. ضریب القای متقابل بین چنبره و سیم نازک طویل را محاسبه کنید.

۱۵. یک کابل هم‌محور که شعاعهای هادیهای درونی و بیرونی آن به ترتیب a و b هستند مفروض است. نیمی از فضای محصور بین هادیها با ماده‌ای مغناطیسی که قابلیت نفوذ آن μ می‌باشد اشغال می‌شود. توزیع ماده مغناطیسی را در فضای بین هادیها به گونه‌ای تعیین کنید که ضریب خودالقایی کابل در واحد طول حداکثر باشد. این مقدار حداکثر را محاسبه کنید ($\mu>\mu_{\circ}$).

۱۶. برای سیملوله مسئله ۸، ضریب خودالقایی را به ازای واحد طول محاسبه کنید.

۱۷. یک هسته آهنی چنبره‌ای دارای محیط متوسط ۲۰ cm و سطح مقطع دایره‌ای شکل به مساحت ۲ cm^2 می‌باشد. یک شکاف کوچک هوا به عرض ۰٫۱cm در هسته ایجاد می‌شود. آمپر دور لازم را برای برقرار نمودن شار مغناطیسی ۳×۱۰^{-۴} وبر در شکاف هوا تعیین نمایید. سطح مؤثر شکاف هوا را با سطحی دایره‌ای شکل به قطر d+w تقریب بزنید که d قطر دایره مقطع چنبره و w عرض شکاف هوا است. قابلیت نفوذ هسته را ۱۰۰۰ $\mu_{\circ}$ فرض کنید.

۱۸. مطلوب است محاسبه ضرایب خودالقایی و القای متقابل ($L_{۱۱}$ ، $L_{۲۲}$ و $M_{۱۲}=M_{۲۱}$) برای یک ترانسفورماتور ایده‌آل که سیم‌پیچ اولیه آن دارای $N_۱$ دور و سیم‌پیچ ثانویه آن دارای $N_۲$ دور باشد. چه رابطه‌ای بین ضرایب $L_{۱۱}$ و $L_{۲۲}$ و ضریب $M_{۱۲}$ وجود دارد؟ سطح مقطع هسته ترانسفورماتور را برابر S، طول متوسط آن را برابر l و قابلیت نفوذ آن را برابر μ فرض کنید. شکل ۶-۲۳ ترانسفورماتور و سیم‌پیچهای آن را نشان می‌دهد.

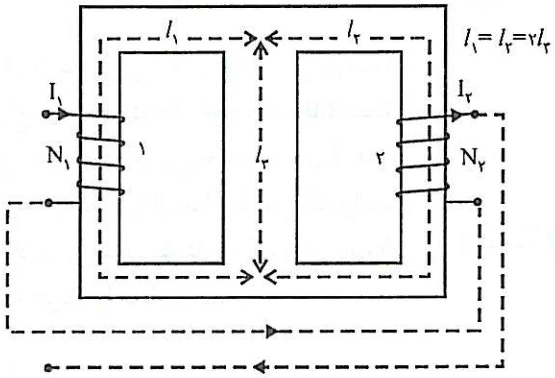


شکل ۶-۲۳

۱۹. شکل ۶-۲۴ یک مدار مغناطیسی را با سه شاخه و دو سیم‌پیچ جریان نشان می‌دهد. هسته این مدار دارای سطح مقطع یکنواخت به مساحت S و قابلیت نفوذ μ می‌باشد. سایر مشخصات مدار در شکل نشان داده شده‌اند. فرض می‌شود که میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌پیچهای جریان همگی در هسته متمرکز باشد.

الف) ضریب خودالقایی سیم‌پیچ ۱ و ضریب القای متقابل بین دو سیم‌پیچ را محاسبه کنید.

ب) اگر سیم‌پیچهای ۱ و ۲ مطابق اتصالات خط‌چین به یکدیگر وصل شوند، ضریب خودالقایی ترکیب حاصل چه خواهد بود؟



شکل ۶-۲۴

۲۰. نشان دهید که انرژی ذخیره شده در یک مدار مغناطیسی برابر $W_m = \frac{1}{2}\mathscr{R}\phi^2$ می‌باشد که ϕ شار مغناطیسی گذرنده از مدار و $\mathscr{R}$ رلوکتانس آن می‌باشد.

۲۱. توزیع جریان سطحی زیر در دستگاه مختصات استوانه‌ای مفروض است:

$$J_S = \begin{cases} \frac{I_1}{a}\hat{a}_z & r=a \\ \frac{I_2}{b}\hat{a}_z & r=b \\ -\frac{I_1+I_2}{c}\hat{a}_z & r=c \end{cases}$$

انرژی ذخیره‌شده در میدان مغناطیسی حاصل از توزیع جریان مزبور را در واحد طول به دو روش زیر محاسبه کنید:

الف) با استفاده از رابطه $W_m = 0/5 \int_S J_S \cdot A\, dS$،

ب) با استفاده از رابطه $W_m = (1/2\mu_0) \int B^2 dV$.

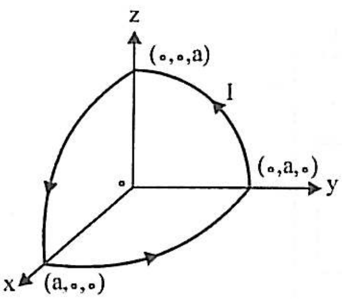
۲۲. منحنی B−H برای یک ماده مغناطیسی توسط رابطه $B=\mu_0 H^2$ بیان می‌شود. M و μ چه مقادیری دارند؟

۲۳. استوانه‌ای از جنس یک ماده مغناطیسی با قابلیت نفوذ نسبی μ_r دارای طول بینهایت و شعاع a است. این استوانه در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $H=H_\circ \hat{a}_x$ قرار می‌گیرد، به طوری که میدان عمود بر محور استوانه باشد (محور استوانه بر محور z منطبق است). نشان دهید که میدان مغناطیسی H^i در درون استوانه و H^o در بیرون آن از روابط زیر به دست می‌آیند :

$$H^i(r,\varphi)=\frac{۲H_\circ}{\mu_r+۱}(\cos\varphi\hat{a}_r-\sin\varphi\hat{a}_\varphi) \qquad r<a$$

$$H^o(r,\varphi)=H_\circ\left[\left(۱+\frac{\mu_r-۱}{\mu_r+۱}\,\frac{a^۲}{r^۲}\right)\cos\varphi\,\hat{a}_r-\left(۱-\frac{\mu_r-۱}{\mu_r+۱}\,\frac{a^۲}{r^۲}\right)\sin\varphi\hat{a}_\varphi\right] \qquad r>a$$

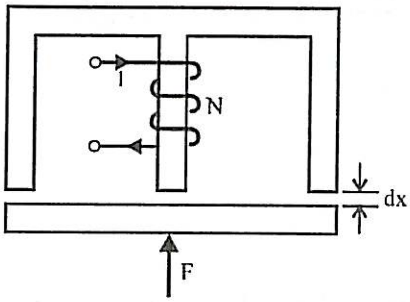
۲۴. یک حلقه جریان از سه قوس ۹۰ درجه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع a و واقع در صفحات xy، yz و zx، مطابق شکل ۶-۲۵، تشکیل شده است. از این حلقه، جریان I عبور داده شده و در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $B=B_\circ\hat{a}_x$ قرار داده می‌شود. گشتاور مکانیکی اِعمال شده بر این حلقه جریان را محاسبه نمایید.



شکل ۶-۲۵

۲۵. کابل هم‌محوری از دو استوانه هادی به شعاعهای a و b (b>a) تشکیل شده و حامل جریان I در امتداد محور کابل می‌باشد. فشار مغناطیسی وارد آمده بر هادی بیرونی را به دست آورید. فضای بین دو استوانه را هوا اشغال می‌کند.

۲۶. شکل ۶-۲۶ مدار یک جراثقال مغناطیسی را نشان می‌دهد. سطح مقطع مدار همه جا یکسان و برابر S می‌باشد. سیم‌پیچ جریان، میدان مغناطیسی **B** را در مدار به وجود می‌آورد. نیروی اِعمال شده را بر وزنه محاسبه نمایید.



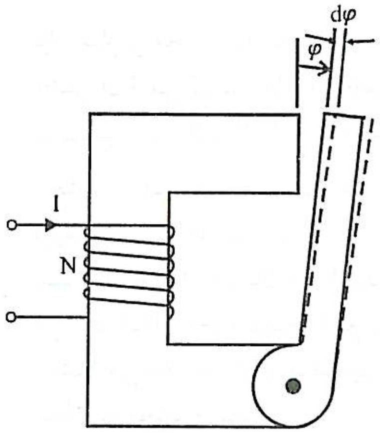
شکل ۶-۲۶

۲۷. در مسئله ۲۶ فرض کنید یک فاصله هوایی به اندازه یک میلیمتر بین وزنه و هسته وجود دارد. این فاصله هوایی به دلیل کاملاً مسطح نبودن وزنه و قطبهای هسته در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که $I=۵\ A$، $N=۱۰۰۰$ و $S=۲۰۰\ cm^۲$ باشد و از رلوکتانس هسته در مقابل رلوکتانس فواصل هوایی صرف‌نظر شود، حداکثر جرمی را که جراثقال می‌تواند بلند کند به دست آورید.

۲۸. شکل ۶-۲۷ مدار یک رله مغناطیسی را نشان می‌دهد. سطح مقطع بازوی متحرک و هسته هر دو برابر S و قابلیت نفوذ آنها برابر μ است. طول متوسط هسته l و طول بازو l' می‌باشد. سیم‌پیچ هسته دارای N دور بوده و از آن جریان I عبور داده می‌شود.

الف) گشتاور مکانیکی اِعمال شده بر بازوی متحرک را، وقتی که $\varphi=0$ باشد، به دست آورید.

ب) مسئله را برای وقتی که یک شکاف کوچک هوا به فاصله d $(d \cong l'\varphi)$ بین انتهای آزاد بازوی متحرک و هسته باشد تکرار کنید. (از رلوکتانس هسته در مقابل رلوکتانس هوا صرف‌نظر کنید.)



شکل ۶-۲۷

۶-۱۳ مسائل

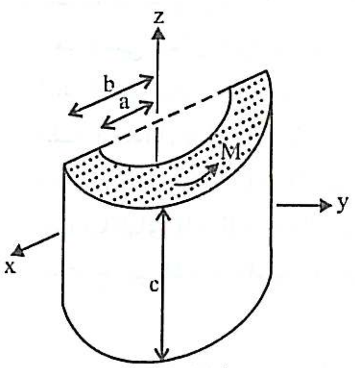
۱. یک جسم فرومغناطیس، به‌صورت یک لایه نیم‌استوانه بینهایت طویل، بخشی از فضا محدود به $a < r < b$ و $\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{3\pi}{2}$ را فرا گرفته است. این جسم در امتداد محور z به طور یکنواخت مغناطیس شده است. در صورتی که چگالی گشتاور مغناطیس برابر با $\mathbf{M} = M_0\, \hat{a}_z$ باشد، مطلوب است محاسبه:

الف) چگالیهای سطحی و حجمی جریانهای مقید مغناطیسی،

ب) میدانهای مغناطیسی **B** و **H** در تمام نقاط فضا.

۲. یک میله آهنی طویل به شعاع a به گونه‌ای مغناطیس شده است که چگالی گشتاور مغناطیسی در آن با رابطه $\mathbf{M} = M_0 [(a/r)\,\hat{a}_\varphi + k_0\, \hat{a}_z]$ در دستگاه مختصات استوانه‌ای بیان می‌شود. محور میله بر محور z منطبق است. میدانهای **B** و **H** را در تمام نقاط درون و بیرون میله محاسبه کنید.

۳. یک آهن‌ربا، به‌صورت یک لایه نیم‌استوانه مطابق شکل ۶-۲۸، فضای محدود به $a < r < b$، $0 < \varphi < \pi$، $-c/2 < z < c/2$ را فراگرفته است. چگالی گشتاور مغناطیسی در این آهن‌ربا با رابطه $\mathbf{M} = M_0 \frac{a}{r} \hat{a}_\varphi$ بیان می‌شود. میدان **B** را در مبدأ مختصات محاسبه کنید.

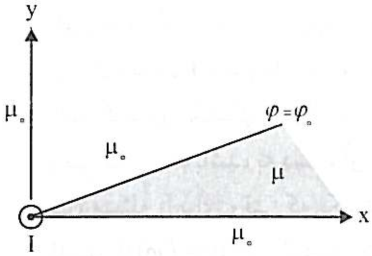


شکل ۶-۲۸

۴. جسمی به شکل مخروط ناقص و از جنس ماده‌ای فرومغناطیس به طور یکنواخت در امتداد محورش مغناطیس شده است. چگالی گشتاور مغناطیسی را می‌توان با رابطه $\mathbf{M} = M_0\, \hat{a}_z$ بیان‌کرد.

برای سادگی محور z را منطبق بر محور مخروط ناقص و مبدأ مختصات را منطبق بر رأس سطح جانبی آن فرض کنید. شعاعهای قاعده‌های مخروط ناقص برابر با a و b ‏(b>a) و ارتفاع آن برابر h است. میدانهای B و H را در مبدأ مختصات محاسبه کنید.

۵. بخشی از فضا محدود به ناحیه $\circ<\varphi<\varphi_\circ$ را ماده‌ای فرومغناطیس با قابلیت نفوذ μ فراگرفته است. یک رشته سیم نازک حامل جریان I در امتداد محور z قرار داده می‌شود. شکل ۶-۲۹ سطح مقطع این سیستم مغناطیسی را نشان می‌دهد. میدانهای مغناطیسی B و H را در تمام نقاط فضا محاسبه کنید.



شکل ۶-۲۹

۶. مسئله ۵ را می‌توان به حالت کلی‌تری تعمیم داد، بدین ترتیب که ماده فرومغناطیس غیرهمگن بوده و قابلیت نفوذ آن با رابطه $\mu=\mu_\circ f(\varphi)$ بیان شود؛ به‌طوری که همواره $f(\varphi)\geq ۱$ باشد. همچنین سیم حامل جریان I در امتداد محور z به جای خود باقی است.

الف) استدلال نمایید که میدان B در تمام نقاط فضا دارای تابع تغییرات یکسانی به‌صورت $\mathbf{B}=(B_\circ/r)\hat{a}_\varphi$ است، که $B_\circ$ مقدار ثابتی است.

ب) میدانهای مغناطیسی B و H را برای وقتی‌که $f(\varphi)$ به شرح زیر باشد به دست آورید:

$$f(\varphi)=\begin{cases}\mu_r & \frac{۲n\pi}{۶}<\varphi<\frac{(۲n+۱)\pi}{۶} \quad , \quad n=\circ,۱,\ldots,۵\\ ۱ & \frac{(۲n-۱)\pi}{۶}<\varphi<\frac{۲n\pi}{۶} \quad , \quad n=۱,۲,\ldots,۶\end{cases}$$

ج) بند (ب) را برای وقتی‌که $f(\varphi)=۱+\sin(\varphi/۲)$ و $\circ<\varphi<۲\pi$ باشد تکرار نمایید.

۷. یک رشته سیم نازک حامل جریان I در امتداد محور z در نظر بگیرید. فرض کنید قابلیت نفوذ مغناطیسی فضای اطراف سیم با رابطه $\mu=\mu_\circ f(r)$، که r مختصه شعاعی در دستگاه مختصات استوانه‌ای است، بیان شود.

الف) استدلال نمایید که میدان مغناطیسی H در تمام نقاط فضا دارای تابع تغییرات یکسانی به‌صورت $\mathbf{H}=(H_\circ/r)\hat{a}_\varphi$ است، که $H_\circ$ مقدار ثابتی است، (فرض کنید $f(r)\geq ۱$ باشد).

ب) میدانهای H و B و چگالیهای سطحی و حجمی جریانهای مقید مغناطیسی را برای وقتی‌که f(r) به شرح زیر باشد. محاسبه نمایید.

$$f(r)=\begin{cases}r^۲ & ۱<r<۲\\ ۱ & r<۱, r>۲\end{cases}$$

۸. مسئله ۷ را می‌توان به حالت کلی‌تری تعمیم داد، بدین ترتیب که قابلیت نفوذ مغناطیسی فضای اطراف سیم حامل جریان I تابعی از دو مختصه r و z باشد، یعنی $\mu=\mu_\circ f(r,z)$. در این حالت نیز می‌توان استدلال نمود که میدان مغناطیسی H در تمام نقاط فضا دارای تابع تغییرات یکسانی، مستقل از f(r,z)، به‌صورت $\mathbf{H}=(H_\circ/r)\hat{a}_\varphi$ است. با استفاده از این ویژگی میدان H مطلوب است محاسبه:

الف) انرژی مغناطیسی ذخیره شده در یک لایه استوانه‌ای به طول c و شعاعهای درونی و بیرونی a و b که محور آن بر سیم حامل جریان I منطبق است، و قابلیت نفوذ آن با رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$\mu=\mu_0\left[1+\frac{r}{b}\sin\left(\frac{\pi z}{c}\right)\right],\quad a<r<b,\quad 0<z<c$$

ب) میدان B و چگالی حجمی جریانهای مقید مغناطیسی برای وقتی‌که قابلیت نفوذ ماده‌ای که فضای اطراف سیم حامل جریان I را فرا می‌گیرد برابر با $\mu=\mu_0(1+e^{-r-|z|})$ باشد.

۹. نواحی $z>a$ و $z<-a$ از فضا را به ترتیب دو ماده با قابلیتهای نفوذ مغناطیسی μ_1 و μ_2 فراگرفته‌اند. یک صفحه بینهایت جریان با چگالی یکنواخت $J_S=J_{S_0}\hat{a}_y$ در $z=0$ قرار داده می‌شود. ناحیه $-a<z<a$ خلأ فرض می‌شود. میدانهای H و B را در تمام نقاط فضا محاسبه کنید.

۱۰. دو ماده مغناطیسی با قابلیتهای نفوذ μ_1 و μ_2 به ترتیب نواحی $(x>0, z>0)$ و $(x<0, z>0)$ از فضا را اشغال نموده‌اند. ناحیه $z<0$ خلأ می‌باشد. یک صفحه بینهایت جریان با چگالی ثابت $J_S=J_{S_0}\hat{a}_x$ در $z=0$ قرار داده می‌شود. مطلوب است محاسبه:

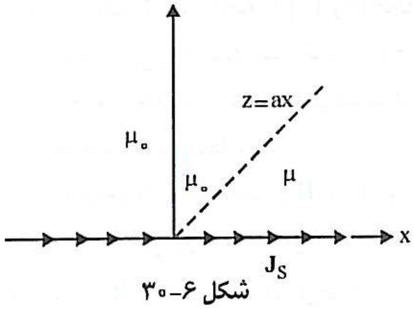
الف) میدانهای H و B در تمام نقاط فضا،

ب) چگالی جریان سطحی مقید روی $x=0$ و $z>0$.

۱۱. مسئله ۱۰ را می‌توان حالت خاصی از موردی دانست که در آن قابلیت نفوذ ماده فرومغناطیس که فضای $z>0$ را فراگرفته است تابعی پیوسته (یا مجموعی از توابع پیوسته) به‌صورت $\mu=\mu_0 f(x)$ باشد. ناحیه $z<0$ هم‌چنان خلأ بوده و صفحه بینهایت جریان با چگالی توزیع $J_S=J_{S_0}\hat{a}_x$ هم‌چنان در $z=0$ قرار دارد.

الف) استدلال نمایید که میدان مغناطیسی H در کلیه نقاط ناحیه $z<0$ تغییراتی مستقل از x داشته و به‌صورت $H=H_0\hat{a}_y$ قابل بیان است، که H_0 مقدار ثابتی است.

ب) با استفاده از ویژگی مزبور، قانون مداری آمپر و خصوصیت سیملوله‌ای میدان B، میدانهای H و B و چگالی حجمی جریان مقید مغناطیسی را برای وقتی‌که $f(x)=3+2e^{-x^2}$ باشد محاسبه کنید.

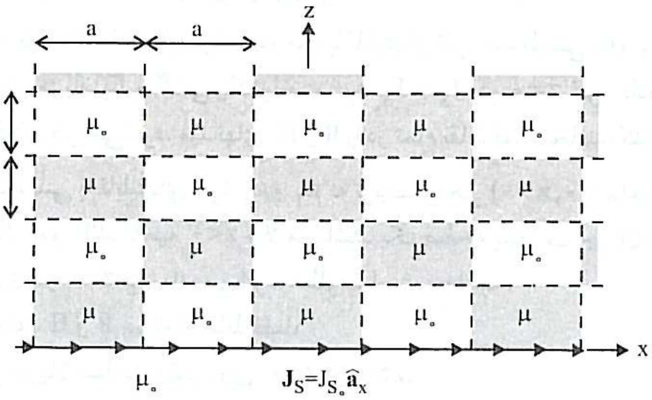


شکل ۶-۳۰

۱۲. مسئله ۱۱ را می‌توان به حالت کلی‌تری تعمیم داد، بدین ترتیب که قابلیت نفوذ مغناطیسی ماده‌ای که فضای $z>0$ را فرا می‌گیرد تابعی از x و z باشد، یعنی $\mu=\mu_0 f(x,z)$. در این حالت نیز می‌توان استدلال نمود که میدان مغناطیسی H تغییراتی مستقل از x و z داشته و در هر یک از نواحی $z>0$ و $z<0$ اندازه ثابتی دارد. به عنوان مثال، سیستم نشان داده شده در شکل ۶-۳۰ را در نظر بگیرید. میدانهای H و B را در تمام نقاط فضا و چگالی سطحی جریان مقید را روی سطح $z=ax$ برای $z>0$ به ازای $a=\sqrt{3}$، محاسبه کنید.

۱۳. ناحیه $z>0$ از فضا را جسمی که قابلیت نفوذ مغناطیسی آن نسبت به x و z متناوباً بین μ_0 و μ تغییر می‌کند فراگرفته است. یک صفحه بینهایت جریان با چگالی توزیع $\mathbf{J} = J_{S_0}\hat{a}_x$ در $z=0$ قرار داده می‌شود. شکل ۶-۳۱ سطح مقطع جسم و توزیع جریان را نشان می‌دهد. میدانهای **H** و **B** را در کلیه نقاط فضا به دست آورید.

راهنمایی: این مسئله حالت خاصی از مسئله ۱۲ است.



شکل ۶-۳۱

۱۴. در مسئله ۲۶ فصل ۵، فرض کنید که فضای بالای سطح جریان $(y^2+x^2>a^2, y>0)$ را ماده‌ای با قابلیت نفوذ مغناطیسی μ فراگرفته است، در حالی که زیر سطح جریان خلأ است. میدانهای **H** و **B** را در تمام نقاط فضا به دست آورید.

۱۵. برای توزیع جریان مسئله ۲۷ فصل ۵ (شکل ۵-۳۱)، فرض کنید ناحیه $\alpha > \varphi > 0$ را ماده‌ای مغناطیسی با قابلیت نفوذ μ فراگرفته است. ناحیه $2\pi > \varphi > \alpha$ هم‌چنان خلأ است. میدانهای **H** و **B** را در تمام نقاط فضا به دست آورید.

۱۶. مرز مشترک دو ناحیه ۱ و ۲ را صفحه‌ای به معادله $3x + 2y - 6z = 1$ تشکیل می‌دهد. ماده‌ای مغناطیسی با قابلیت نفوذ نسبی $\mu_r = 7$ ناحیه ۱ $(3x + 2y - 6z > 1)$ را فراگرفته، در حالی‌که ناحیه ۲ خلأ می‌باشد. میدان مغناطیسی در ناحیه ۲ عبارت است از $\mathbf{H}_2 = 4\hat{a}_x - \hat{a}_y + 3\hat{a}_z$.
مطلوب است محاسبه:
الف) میدان مغناطیسی $\mathbf{H}_1$ در ناحیه ۱،
ب) چگالی جریان سطحی مغناطیسی در مرز دو ناحیه.

۱۷. در مسئله ۱۶ میدان اولیه‌ای که قبل از حضور ماده مغناطیسی وجود داشته است را به دست آورید.

۱۸. ناحیه $-a < z < a$ از فضا را یک ماده مغناطیسی خطی و همگن فراگرفته است. وقتی‌که میدان اولیه یکنواختی با شدت $|\mathbf{H}_a| = 3\ \mathrm{A/m}$ به ماده مغناطیسی اِعمال شود، چگالی گشتاور

مغناطیسی، $M = \hat{a}_x + ۴\hat{a}_y + ۲\hat{a}_z \quad A/m$ در آن ایجاد می‌گردد. قابلیت نفوذ نسبی ماده مغناطیسی و مؤلفه‌های میدان اولیه H_a را محاسبه کنید.

۱۹. ناحیه $-۱ < y < ۱$ از فضا را یک ماده مغناطیسی غیرهمگن با قابلیت نفوذ $\mu = \mu_۰ (۱ + y^۲)$ فراگرفته است. میدان اولیه یکنواخت H_a به این ماده اِعمال می‌شود. مطلوب است محاسبه میدانهای کل H و B در تمام نقاط فضا برای وقتی‌که:

الف) $H_a = ۲\hat{a}_x \quad A/m$ ب) $H_a = ۳\hat{a}_y \quad A/m$ ج) $H_a = ۲\hat{a}_x + ۳\hat{a}_y + ۵\hat{a}_z \quad A/m$

۲۰. ناحیه $z < -d$ از فضا را یک ماده مغناطیسی با قابلیت نفوذ نسبی μ_r فراگرفته است. یک رشته سیم نازک بینهایت طویل در امتداد محور x حامل جریان I در جهت مثبت این محور می‌باشد.

الف) نشان دهید که چگالی جریان سطحی مغناطیسی از رابطه

$$J_{ms} = \frac{(\mu_r - ۱)\, Id}{\pi (\mu_r + ۱)(y^۲ + d^۲)} \hat{a}_x$$

به دست می‌آید و چگالی جریان حجمی مغناطیسی برابر صفر است.

ب) نشان دهید که میدان مغناطیسی B در ناحیه $z < -d$ برابر میدان حاصل از یک سیم بینهایت طویل در امتداد محور x و حامل جریان $۲\mu_r I/(\mu_r + ۱)$ در جهت مثبت این محور می‌باشد.

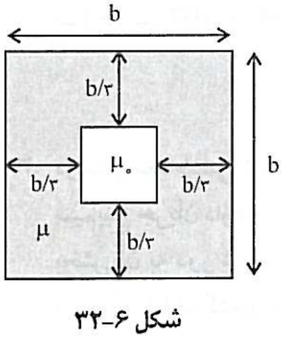
ج) نشان دهید که میدان مغناطیسی B در ناحیه $z > -d$ برابر میدانی است که از سیم اصلی حامل جریان I و یک جریان تصویر موازی با محور x که از نقطه $(۰, ۰, -۲d)$ بگذرد و حامل جریان $(\mu_r - ۱) I/(\mu_r + ۱)$ در جهت مثبت این محور باشد حاصل می‌شود.

۲۱. فضای درون یک سیملوله بینهایت طویل به شعاع a را یک ماده مغناطیسی غیرهمگن با قابلیت نفوذ $\mu = \mu_۰ f(r)$، که r فاصله یک نقطه در درون سیملوله از محور آن می‌باشد، فرا گرفته است. تعداد دورهای سیم پیچ سیملوله در واحد طول برابر n است.

الف) ضریب خودالقایی سیملوله را به ازای واحد طول برحسب a، n، $\mu_۰$ و $f(r)$ محاسبه کنید.

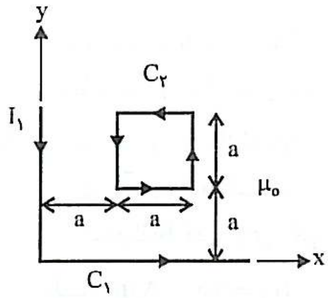
ب) نتیجه بند (الف) را برای وقتی‌که $r < a$ و $f(r) = ۱ + (r/a)$ باشد به دست آورید.

۲۲. چنبره‌ای متشکل از هسته آهنی، به‌صورت حلقه‌ای ضخیم و توخالی با سطح مقطع مربعی مطابق شکل ۶-۳۲، و تعداد کل N دور سیم پیچ است. شعاع متوسط چنبره برابر a، قابلیت نفوذ بخش آهنی هسته آن برابر μ و قابلیت نفوذ قسمت توخالی آن برابر $\mu_۰$ می‌باشد. ابعاد سطح مقطع هسته چنبره در شکل نشان داده شده است. ضریب خودالقایی چنبره را با فرض $a >> b$ به دست آورید.



شکل ۶-۳۲

۲۳. دو مدار جریان C_1 و C_2 را مطابق شکل ۶-۳۳ در نظر بگیرید. مدار C_1 به‌صورت یک رشته سیم نازک طویل در امتداد بخشهای مثبت محورهای x و y است، در حالی‌که مدار C_2 به‌صورت یک حلقه مربعی به ضلع a واقع روی صفحه xy می‌باشد که مرکز آن به فاصله ۳a / ۲ از محورهای x و y است. ضریب القای متقابل بین مدارهای C_1 و C_2 را محاسبه کنید.

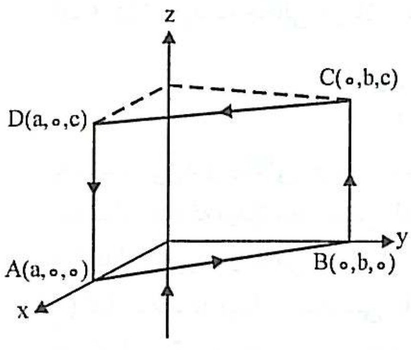


شکل ۶-۳۳

۲۴. مسئله ۲۳ را برای حالتی که آن بخش از مدار C_1 که منطبق بر محور x است در جهت منفی این محور ادامه یابد تکرار نمایید.

۲۵. ضریب القای متقابل بین یک رشته سیم نازک طویل منطبق بر محور z و مدار مستطیلی ABCD، که مختصات رئوس آن در شکل ۶-۳۴ نشان داده شده است، را محاسبه کنید.

راهنمایی: یک سطح بسته که مستطیل ABCD یک وجه آن باشد را در نظر بگیرید و از رابطه $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ استفاده نمایید.

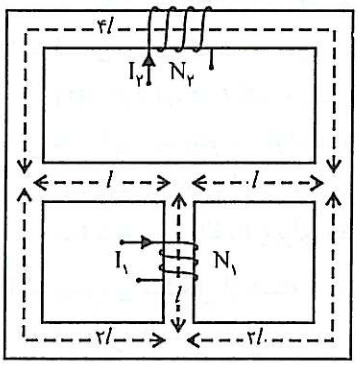


شکل ۶-۳۴

۲۶. شکل ۶-۳۵ یک مدار مغناطیسی با دو سیم پیچ جریان را نشان می‌دهد. هسته این مدار دارای سطح مقطع یکنواخت به مساحت S و قابلیت نفوذ μ است. سایر مشخصات مدار در شکل نشان داده شده‌اند. مطلوب است محاسبه:

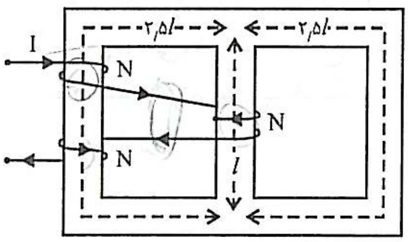
الف) ضریب خودالقایی هر یک از سیم پیچها،

ب) ضریب القای متقابل بین دو سیم پیچ.



شکل ۶-۳۵

۲۷. در مدار مغناطیسی نشان داده شده در شکل ۶-۳۶، سیم‌پیچ جریان دارای سه بخش مساوی بوده که یک بخش آن به دور شاخه میانی و دو بخش دیگر به دور یک شاخه کناری هسته پیچیده شده‌اند. تعداد دورهای هر بخش سیم‌پیچ برابر N است. هسته مدار



شکل ۶-۳۶

دارای سطح مقطع یکنواخت به مساحت S و قابلیت نفوذ μ است و جریان I از سیم‌پیچ می‌گذرد. مطلوب است محاسبه:

الف) شار مغناطیسی که از هر یک از شاخه‌های مدار می‌گذرد،

ب) انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی.

۲۸. یک سیملوله طویل به شعاع a و با n دور سیم‌پیچ به ازای واحد طول مفروض است. فضای درونی این سیملوله را یک ماده مغناطیسی غیرخطی که منحنی $B-H$ آن با رابطه $B=\mu_0\alpha H^2$ بیان می‌شود فراگرفته است. از سیم پیچ این سیملوله جریان I عبور داده می‌شود. مطلوب است محاسبه:

الف) انرژی مغناطیسی ذخیره شده در واحد طول سیملوله،

ب) ضریب خودالقایی معادل به ازای واحد طول به‌صورت تابعی از جریان I.

۲۹. جریان I با چگالی توزیع یکنواخت از یک سیم طویل استوانه‌ای به شعاع a می‌گذرد. سیم حامل جریان از یک ماده فرومغناطیس غیرخطی که منحنی $B-H$ آن با رابطه $B=\mu_0\alpha H^2$ بیان می‌شود تشکیل شده است. انرژی مغناطیسی ذخیره شده در واحد طول درون سیم را محاسبه کرده و سپس ضریب خودالقایی داخلی سیم به ازای واحد طول را به دست آورید.

۳۰. یک استوانه طویل به شعاع a، که از ماده‌ای فرومغناطیس تشکیل شده است، به طور یکنواخت با چگالی گشتاور مغناطیسی M_0 در امتداد عمود بر محورش مغناطیس شده است. برای سادگی محور استوانه را منطبق بر محور z و چگالی گشتاور مغناطیسی را در جهت $\hat{a}_x$ در نظر بگیرید. میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ را در تمام نقاط فضا با استفاده از مفهوم پتانسیل نرده‌ای مغناطیسی و حل معادله لاپلاس مربوط به آن به دست آورید.

۳۱. مسئله ۳۰ را برای وقتی که جسم مغناطیس شده به‌صورت کره‌ای به شعاع a با چگالی گشتاور مغناطیسی $\mathbf{M}=M_0\,\hat{a}_z$ باشد تکرار کنید.

۳۲. یک حفاظ مغناطیسی ممکن است به‌صورت یک پوسته کروی با شعاع درونی a و شعاع بیرونی b باشد. این پوسته از یک ماده مغناطیسی با قابلیت نفوذ نسبی $\mu_r >> 1$ ساخته می‌شود. نشان دهید که اگر حفاظ کروی در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $\mathbf{B}=B_0\,\hat{a}_z$ قرار گیرد، میدان در درون آن عبارت است از:

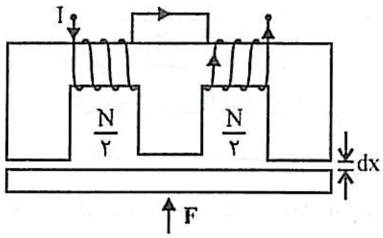
$$B^i=\frac{9\mu_r B_0}{(2\mu_r+1)(\mu_r+2)-2(\mu_r-1)^2(a/b)^3}\ ,\quad r<a$$

برای $\mu_r=1000$ و $a/b=0{,}1$، درصد کاهش میدان در درون حفاظ مغناطیسی را محاسبه کنید.

۳۳. میدان مغناطیسی سیملوله کروی طی مثالی در بخش ۶-۸ این فصل مورد بررسی قرار گرفت. اگر تعداد کل دورهای سیم پیچ این سیملوله برابر N بوده و از آن جریان I بگذارد، آنگاه $J_{S_0}=NI/2a$، که a شعاع سطح کروی است که سیم پیچ روی آن تعبیه شده است. مطلوب است محاسبه:

الف) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی و ضریب خودالقایی سیملوله کروی،

ب) نیرویی که در جهت شعاعی به سیم پیچ سیملوله کروی اعمال می‌شود.



شکل ۶-۳۷

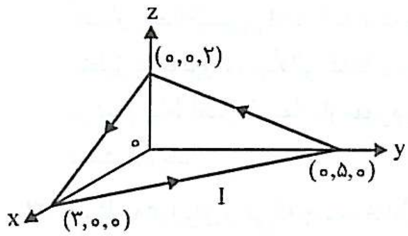
۳۴. شکل ۶-۳۷ مدار یک جراثقال مغناطیسی را نشان می‌دهد. سطح مقطع مدار و وزنه برابر S، طول شاخه‌های افقی و عمودی هسته به ترتیب برابر با $۲l$ و l و قابلیت نفوذ هسته و وزنه هر دو برابر با μ می‌باشد. جریان I از مدار سیم پیچ عبور داده می‌شود.

الف) نیروی وارد آمده بر وزنه را برحسب I و مشخصات مدار مغناطیسی محاسبه کنید.

ب) بند (الف) را برای حالتی که فاصله هوایی کوچکی به اندازه d بین وزنه و قطبهای هسته وجود داشته باشد تکرار کنید. از رلوکتانس شاخه‌های هسته در مقابل رلوکتانس فواصل هوایی صرف‌نظر کنید.

ج) در صورتی که $I=۳\,A$، $N=۱۰۰۰$، $S=۱۰۰\ cm^۲$ و $d=۲\ mm$ باشد، حداکثر جرمی که جراثقال می‌تواند بلند کند چقدر است؟

۳۵. فضای بین دو هادی یک کابل هم‌محور، که شعاعهای درونی و بیرونی آن به ترتیب برابر a و b می‌باشند، را ماده مغناطیسی غیرهمگنی با قابلیت نفوذ $\mu=\mu_۰(۱+e^{-r/a})$ فراگرفته است. از این کابل جریان I عبور داده می‌شود. فشار مغناطیسی وارد آمده بر هادی بیرونی را به دست آورید.

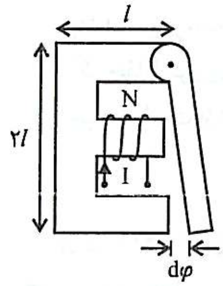


شکل ۶-۳۸

۳۶. یک حلقه جریان دلخواه با گشتاور مغناطیسی **m** در میدان مغناطیسی یکنواخت **B** قرار دارد.

الف) نشان دهید که گشتاور مکانیکی اِعمال شده بر حلقه جریان از رابطه $\mathbf{T}=\mathbf{m}\times\mathbf{B}$ به دست می‌آید.

ب) گشتاور اِعمال شده بر حلقه جریان نشان داده شده در شکل ۶-۳۸ را وقتی‌که در میدان $\mathbf{B}=۳\hat{a}_x+۲\hat{a}_y-۵\hat{a}_z\ Wb/m^۲$ قرار گیرد برای $I=۲\,A$ محاسبه کنید.



شکل ۶-۳۹

۳۷. شکل ۶-۳۹ مدار یک رله مغناطیسی را نشان می‌دهد. سطح مقطع بازوی متحرک و هسته رله هر دو برابر S و قابلیت نفوذ آنها برابر μ است. سیم پیچ هسته دارای N دور بوده و از آن جریان I می‌گذرد. گشتاور مکانیکی اِعمال شده بر بازوی متحرک را به‌دست آورید.